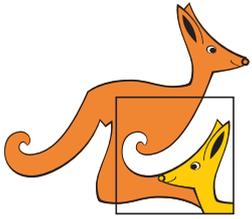


# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

**Jeu-concours 2023 — Durée : 50 minutes**

## Sujet J

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
  - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
  - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau des lycées d'enseignement général et technologique : [2<sup>de</sup>], [1<sup>re</sup> sans spéc. math.] et [T<sup>ale</sup> sans spéc. math.].

1 Combien vaut  $2023^1 - 1^{2023}$  ?

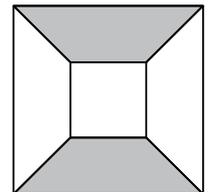
- A) 2021      B) 2022      C) 2023      D) 2024      E) 4045

2 Les deux entiers positifs  $m$  et  $n$  sont impairs. Lequel des ces cinq entiers est aussi impair ?

- A)  $m(n+1)$       B)  $(m+1)(n+1)$       C)  $m+n+2$       D)  $m+n$       E)  $mn+2$

3 Sur la figure ci-contre, les deux carrés ont même centre. Le côté du grand carré mesure 10 cm et celui du carré intérieur mesure 4 cm. Quel pourcentage de l'aire du grand carré est grisée ?

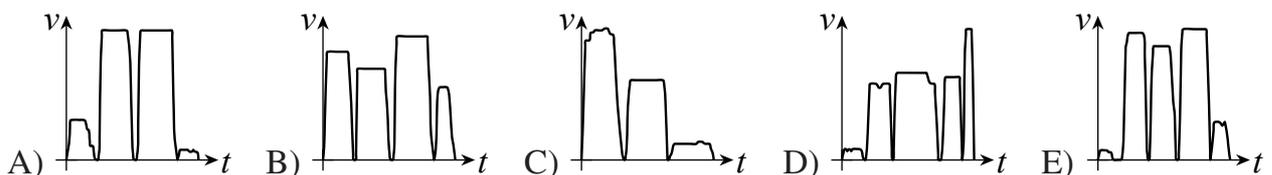
- A) 30 %      B) 36 %      C) 40 %  
D) 42 %      E) 45 %



4 Nous sommes jeudi. Quel jour serons-nous dans 2023 jours ?

- A) lundi      B) mardi      C) mercredi      D) jeudi      E) vendredi

5 Maëlle a couru de chez elle jusqu'au métro, elle est descendue au deuxième arrêt, puis a marché jusqu'au lycée. Laquelle de ces représentations graphiques (le temps étant en abscisse et la vitesse en ordonnée) représente le mieux son trajet ?



6 Aujourd'hui, la somme des âges des cinq membres de la famille de Léo est 80. Les deux plus jeunes ont 6 et 8 ans. Quelle était la somme des âges des membres de la famille il y a sept ans ?

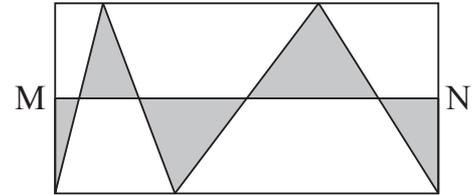
- A) 35      B) 36      C) 45      D) 46      E) 66

- 7** Une barrière est faite d'une série de rondins verticaux reliés par des rondins horizontaux. Il y a toujours quatre rondins horizontaux entre deux rondins verticaux. La barrière commence par un rondin vertical et finit par un rondin vertical. Le nombre total de rondins utilisés pour la barrière est l'un des cinq nombres suivants. Lequel ?

A) 95                      B) 96                      C) 97                      D) 98                      E) 99

- 8** Les points M et N sont les milieux de deux côtés du rectangle. Quelle fraction de l'aire du rectangle est grisée ?

A)  $\frac{1}{6}$     B)  $\frac{1}{5}$     C)  $\frac{1}{4}$     D)  $\frac{1}{3}$     E)  $\frac{1}{2}$

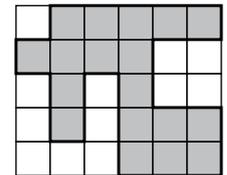


- 9** J'ai gagné exactement 49 % des 200 parties de ping-pong que j'ai jouées. Quel est le minimum de parties que je dois jouer en plus pour pouvoir atteindre un taux de 50 % de parties gagnées ?

A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

- 10** Le grand rectangle de la figure ci-contre est divisé en 30 petits carrés ayant même côté. Le périmètre de la région grisée est 24 m. Quelle est l'aire du grand rectangle ?

A) 4,8 m<sup>2</sup>    B) 7,5 m<sup>2</sup>    C) 10,8 m<sup>2</sup>    D) 19,2 m<sup>2</sup>    E) 30 m<sup>2</sup>



- 11** Noé a décidé d'économiser l'eau. Il a réduit d'un quart la durée de ses douches. En baissant la pression de l'eau, il a aussi réduit d'un quart le débit de l'eau à la sortie du pommeau. De quelle fraction Noé a-t-il ainsi réduit le volume d'eau qu'il utilise pour une douche ?

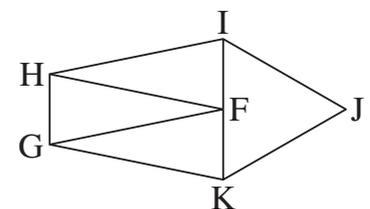
A) de  $\frac{1}{4}$                       B) de  $\frac{3}{8}$                       C) de  $\frac{5}{8}$                       D) de  $\frac{5}{12}$                       E) de  $\frac{7}{16}$

- 12** Un long câble de 76 m a été coupé en trois morceaux de longueurs différentes. Le deuxième morceau est 50 % plus long que le premier et le troisième morceau est 50 % plus long que le deuxième. Quelle est la longueur du plus long des trois morceaux ?

A) 34 m                      B) 35 m                      C) 36 m                      D) 37 m                      E) 38 m

- 13** Le pentagone GHIJK est divisé en quatre triangles de même périmètre. Le triangle IJK est équilatéral. Les trois triangles IHF, GFH et FGK ont leurs côtés égaux et sont isocèles. Si  $p$  est le périmètre du triangle IJK, quel est le périmètre du pentagone GHIJK ?

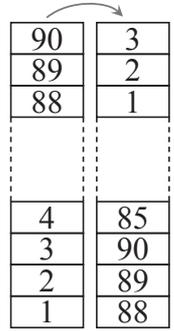
A)  $\frac{5p}{3}$     B)  $\frac{4p}{3}$     C)  $\frac{3p}{2}$     D)  $2p$     E)  $\frac{5p}{2}$



- 14** Tim a calculé la moyenne de cinq nombres premiers différents. Cette moyenne est un nombre entier. Quel est le plus petit nombre possible que Tim pourrait avoir obtenu ?

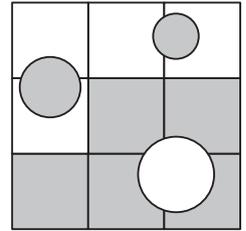
A) 2                      B) 5                      C) 6                      D) 12                      E) 30

- 15** Laura voit sur une table une tour faite de blocs numérotés dans l'ordre de 1 à 90. Elle prend en même temps les 3 blocs du haut et les pose sur la table. Puis elle continue en prenant à chaque fois les 3 blocs du haut de la tour initiale pour les placer sur sa nouvelle tour.



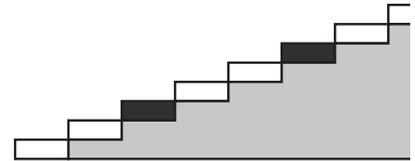
Dans la nouvelle tour de 90 blocs construite par Laura, combien y a-t-il de blocs entre les blocs numérotés 39 et 40 ?  
 A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

- 16** Neuf petits carrés de même aire forment un grand carré de côté 30 cm, comme montré sur la figure. Les trois cercles ont des rayons égaux à 5 cm (en bas), 4 cm (à gauche) et 3 cm (en haut). Quelle est l'aire totale, en  $\text{cm}^2$ , des parties grisées du grand carré ?



A) 400                      B) 500                      C)  $400 + 50\pi$   
 D)  $500 - 25\pi$                       E)  $500 + 25\pi$

- 17** Un escalier de 2023 marches a une marche noire toutes les trois marches. Le schéma montre les 7 premières marches. Quentin monte l'escalier marche après marche, jusqu'en haut, alternant pied droit et pied gauche. Sur combien de marches noires Quentin a-t-il posé son pied droit ?

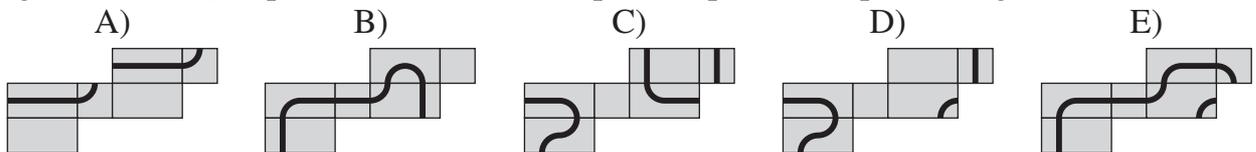


A) 333                      B) 334                      C) 336                      D) 337                      E) 674

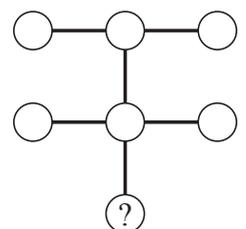
- 18** Lorsqu'on donne une liste d'entiers positifs ou nuls à la *K-machine*, elle prolonge cette liste par le plus petit entier positif ou nul qui est différent des quatre derniers nombres de la liste et, alors, répète le processus sans s'arrêter. Quel sera le 2023<sup>e</sup> nombre de la liste si l'on donne la liste 2, 0, 2, 3 à la *K-machine* ?

A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

- 19** Parmi les cinq patrons de pavés ci-dessous, quatre permettent de former un pavé avec une ligne fermée. Quel patron est celui dont le pavé ne présentera pas une ligne fermée ?

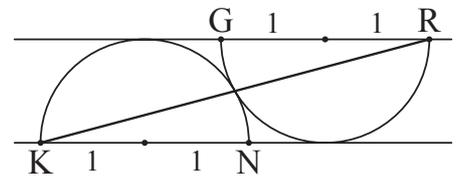


- 20** Dans chacun des sept cercles de la figure on écrit un entier parmi les dix entiers de 0 à 9. Les sept entiers écrits sont différents. Les produits des trois nombres de chacun des trois alignements indiqués doivent être égaux.



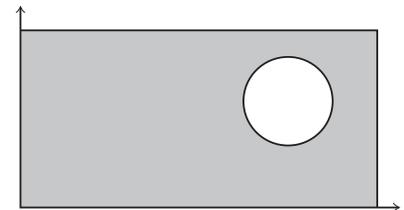
Quel nombre sera écrit dans le cercle ayant un point d'interrogation ?  
 A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 6                      E) 8

- 21** La figure montre deux demi-cercles de rayon 1, [KN] est un diamètre de l'un et [GR] un diamètre de l'autre. Les demi-cercles sont tangents. (KN) et (GR) sont parallèles. Quel est le carré de la longueur KR ?
- A) 16                      B)  $8 + 4\sqrt{3}$                       C) 12  
 D)  $5 + 2\sqrt{3}$                       E) 9

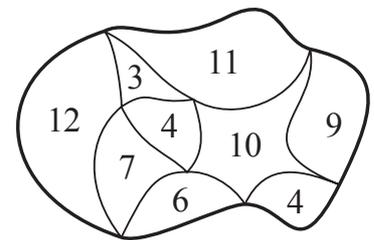


- 22** Combien d'entiers positifs  $k$  à trois chiffres existe-t-il tels que, en soustrayant de  $k$  la somme de ses chiffres, on obtient un nombre qui a trois chiffres identiques ?
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 10                      E) 20

- 23** Dans un repère orthonormé, un rectangle a pour sommets les points  $(0; 0)$ ,  $(100; 0)$ ,  $(100; 50)$  et  $(0; 50)$ . Un disque de centre  $(75; 30)$  et de rayon 10 est à l'intérieur du rectangle. Quelle est la pente de la droite passant par le centre du cercle et divisant la région grise de la figure en deux parties d'aires égales ?
- A)  $\frac{1}{5}$                       B)  $\frac{2}{9}$                       C)  $\frac{1}{6}$                       D)  $\frac{3}{10}$                       E)  $\frac{1}{4}$



- 24** La figure est la carte d'un parc divisé en neuf régions. Le nombre à l'intérieur de chaque région est le périmètre (en km) de cette région. Quel est le périmètre du parc ?
- A) 22 km                      B) 26 km                      C) 28 km  
 D) 30 km                      E) 32 km

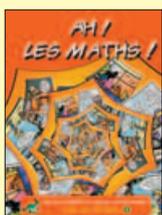


Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Un nombre est dit *subtil* si aucun de ses chiffres n'est l'écriture du carré ou du cube d'un entier. Par exemple : 53 est *subtil* mais 54 ne l'est pas puisque  $4 = 2^2$ . Combien y a-t-il d'entiers positifs à deux chiffres *subtils* et premiers ?
- 26**  $n$  étant un entier positif à deux chiffres et  $m$  la somme des trois entiers qui le suivent, combien existe-t-il d'entiers  $n$  tels que  $m$  soit un entier à deux chiffres ayant les mêmes chiffres que  $n$  ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.  
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



**Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>**

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



**www.mathkang.org**