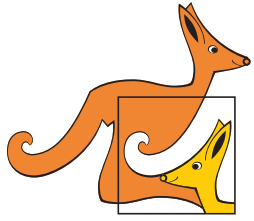


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2017 — Durée : 50 minutes

Sujet S

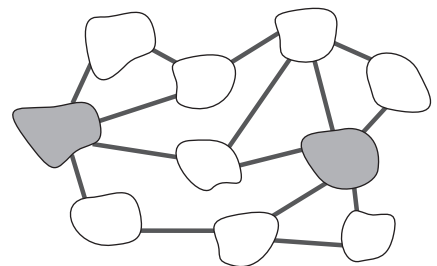
- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés pour les Première S, les Terminale S et pour les étudiants (Bac+).**

1 Combien vaut $\frac{20 \times 17}{2+0+1+7}$?

- A) 3,4 B) 17 C) 34 D) 201,7 E) 340

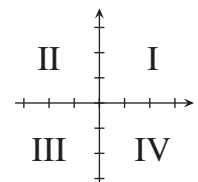
- 2 Julie fabrique une nouvelle figurine à l'échelle 1/90 comme le reste de ses modèles réduits : la figurine représente son frère et fait 18 mm de haut. Quelle est la taille réelle de son frère ?
- A) 1,62 m B) 1,70 m C) 1,72 m D) 1,80 m E) 1,82 m

- 3 La figure représente les 10 îles d'un lac et les 15 ponts les reliant. Quel est le plus petit nombre de ponts à supprimer pour qu'il ne soit plus possible d'aller d'une des îles coloriées en gris à l'autre ?
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5



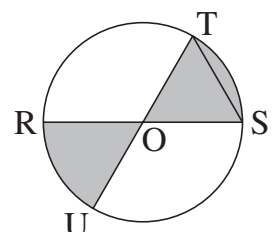
- 4 Deux nombres strictement positifs p et q sont tels que 24 % de p est égal à 42 % de q . Laquelle des égalités suivantes est vraie ?
- A) $7p = 4q$ B) $p = 2q$ C) $3p = 7q$ D) $2p = 3q$ E) $4p = 7q$

- 5 Quel quadrant (I, II, III ou IV) ne contient aucun point de la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f(x) = -3,5x + 7$?
- A) I B) II C) III D) IV
E) il y a des points de la représentation graphique dans chacun des quadrants



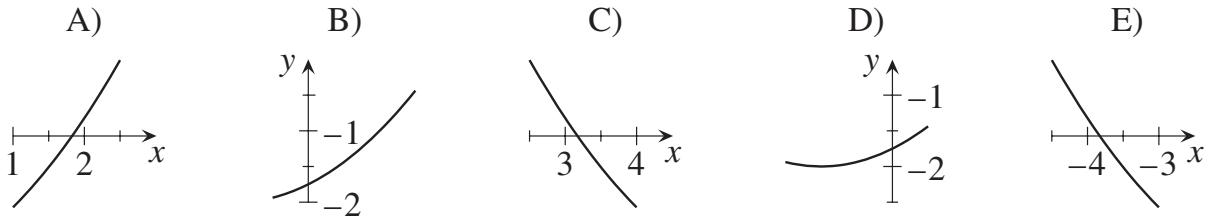
- 6 Sur cette figure sont représentés le cercle de centre O et des diamètres [RS] et [TU] tels que OS = ST. Quelle fraction de l'aire du disque est grisée ?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{4}{11}$

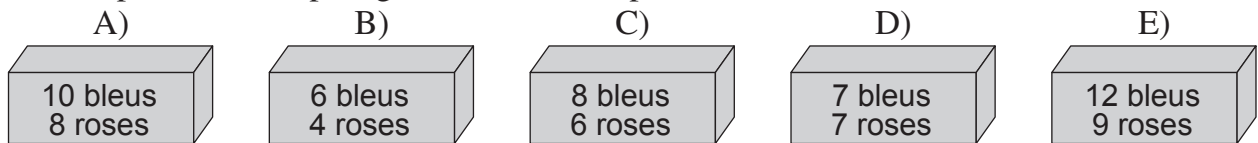


- 7** Parmi les images suivantes, quatre sont des extraits de la même représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré.

Quelle image n'est pas un extrait de cette représentation graphique ?



- 8** Chacune de ces cinq boîtes contient des pions bleus et des pions roses comme indiqué. Camille peut prendre un pion dans une des boîtes. Dans quelle boîte doit-elle le prendre pour avoir la probabilité la plus grande d'avoir un pion bleu ?

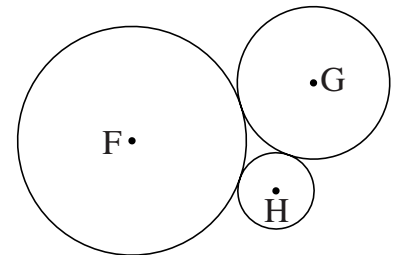


- 9** Laquelle des fonctions réelles suivantes a la représentation graphique ayant le plus de points communs avec la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = x$?

A) $g_1(x) = x^2$ B) $g_2(x) = x^3$ C) $g_3(x) = x^4$ D) $g_4(x) = -x^4$ E) $g_5(x) = -x$

- 10** Trois cercles tangents deux à deux et de centres F, G et H ont pour rayons, respectivement, 3, 2 et 1. Quelle est l'aire du triangle FGH ?

A) 6 B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) 9 E) $2\sqrt{6}$

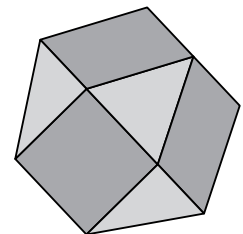


- 11** Deux cylindres droits Y et Z ont même volume. Le rayon de la base de Z est 10 % plus grand que le rayon de la base de Y. De quel pourcentage la hauteur de Y est-elle plus grande que la hauteur de Z ?

A) 5 % B) 10 % C) 11 % D) 20 % E) 21 %

- 12** Les faces du polyèdre représenté ci-contre sont soit des triangles soit des carrés. Chaque carré est entouré par 4 triangles et chaque triangle est entouré par 3 carrés. Si 6 faces du polyèdre sont des carrés, combien de faces sont des triangles ?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



- 13** Quatre dés tétraédriques identiques et réguliers ont, sur chaque face, un chiffre différent pris parmi 2, 0, 1 et 7. Si on jette les quatre dés, quelle est la probabilité de pouvoir composer le nombre 2017 en utilisant, sur chacun des quatre dés, un des trois chiffres visibles ?

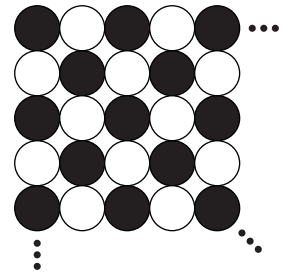
A) $\frac{1}{256}$ B) $\frac{63}{64}$ C) $\frac{81}{256}$ D) $\frac{3}{32}$ E) $\frac{29}{32}$

14 Soit le polynôme $5x^3 + mx^2 + nx + 24$ avec les coefficients m et n entiers. Lequel des nombres suivants ne peut certainement pas être une racine de ce polynôme ?

- A) 1 B) -1 C) 3 D) 5 E) 6

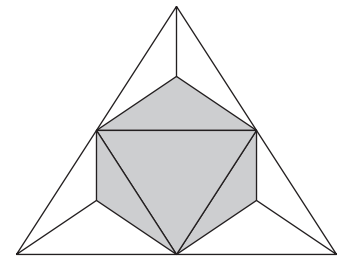
15 Julia a 2017 pions circulaires : 1009 sont noirs et les autres sont blancs. Elle fait un carré en commençant par un pion noir dans le coin en haut à gauche et en alternant noir et blanc dans chaque ligne et chaque colonne, comme montré sur la figure ci-contre. Combien restera-t-il de pions de chaque couleur si elle fait le plus grand carré possible ?

- A) 40 de chaque B) 40 noirs et 41 blancs C) aucun
D) 41 de chaque E) 40 blancs et 41 noirs



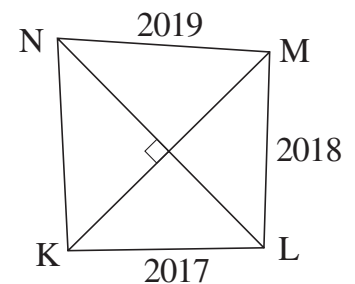
16 On coupe les quatre pointes d'un tétraèdre régulier par quatre plans, chacun passant par les milieux des trois arêtes issues d'un même sommet du tétraèdre (comme montré sur la figure). Quelle fraction du volume du tétraèdre initial représente le volume du solide obtenu ?

- A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$



17 Un quadrilatère convexe KLMN a ses diagonales perpendiculaires. Les longueurs de trois de ses côtés sont $KL = 2017$, $LM = 2018$ et $MN = 2019$. Combien vaut KN ?

- A) 2016 B) 2018 C) $\sqrt{2020^2 - 4}$
D) $\sqrt{2018^2 + 2}$ E) 2020

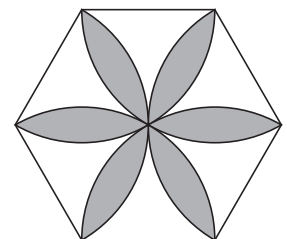


18 Tity joue : toutes les trois phrases elle ment, sinon elle dit la vérité (elle commence parfois par mentir et parfois par une ou deux phrases vraies). Elle pense à un nombre à 2 chiffres et dit à son amie Miny : « Un de ses chiffres est 2. Mon nombre est supérieur à 50. C'est un nombre pair. Il est inférieur à 30. Il est divisible par 3. Un de ses chiffres est 7. »
Quelle est la somme des chiffres du nombre auquel Tity pense ?

- A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

19 La figure représente un hexagone régulier de côté 1. La fleur dessinée en gris a été construite avec des arcs de cercles de rayon 1 dont les centres sont des sommets de l'hexagone. Quelle est l'aire de la fleur ?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $2\sqrt{3} - \pi$
D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ E) $2\pi - 3\sqrt{3}$



- 20** On considère la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ avec $a_1 = 2017$ et $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Combien vaut a_{2017} ?
 A) -2017 B) $\frac{-1}{2016}$ C) $\frac{2016}{2017}$ D) 1 E) 2017
- 21** La somme des longueurs des trois côtés d'un triangle rectangle est 18. La somme des carrés des longueurs des trois côtés est 128. Quelle est l'aire du triangle ?
 A) 9 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18
- 22** Si $|x| + x + y = 5$ et $x + |y| - y = 10$, combien vaut $x + y$?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- 23** Un entier est écrit dans chacune des neuf cases d'un carré 3×3 . La somme des neuf nombres est égale à 500. On sait aussi que deux nombres différent de 1 s'ils sont dans deux cases ayant un côté en commun. Quel nombre est écrit dans la case centrale ?
 A) 50 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57
- | | | |
|--|---|--|
| | | |
| | ? | |
| | | |
- 24** Combien d'entiers positifs à trois chiffres «XYZ» sont tels que $(X + Y)^Z$ soit un entier à trois chiffres égal à une puissance de 2 ?
 A) 16 B) 18 C) 19 D) 21 E) 22

Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Deux entiers positifs consécutifs sont tels que la somme des chiffres de chacun des deux est un multiple de 7. Combien de chiffres au minimum a le plus petit des deux nombres ?
- 26** Dans les carrés de la phrase « $\square\square\%$ de $\square?\square\square$ égale 6000 », on écrit 6 chiffres différents pour avoir une phrase juste. Quel chiffre écrit-on à la place du point d'interrogation ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org