

## KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 70 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

### Kangourou 2017 - Corrigé du sujet « C »

- 1. Réponse E.** 7 heures après 17 heures, il est minuit.  $20 - 7 = 13$  : il sera donc 13 heures le jour suivant.
- 2. Réponse E.** Chaque zone représente  $\frac{1}{8}$  de l'aire du carré et la partie blanche contient 5 zones ; son aire est donc  $\frac{5}{8}$  de celle du carré.
- 3. Réponse C.** Entre Yahia et Xénia, il y a 3 enfants d'un côté et 6 de l'autre. avec eux, cela fait  $3 + 6 + 2$ , soit 11 enfants.
- 4. Réponse B.**
- 5. Réponse D.** Les trois nombres entiers strictement positifs dont la somme est 7 ne peuvent être que 1, 2, et 4. Leur produit est 8.
- 6. Réponse C.** Il faut soustraire 2, en effet :  $(-1) - 2 = -3$ .
- 7. Réponse B.** La partie grise extérieure a une aire de  $7 \text{ cm}^2$  ( $16 - 9 = 7$ ) et la partie grise intérieure de  $3 \text{ cm}^2$  ( $4 - 1 = 3$ ). La partie grise a donc une aire de  $10 \text{ cm}^2$ .
- 8. Réponse C.** Le hérisson et l'ours hibernent 5 mois, soit moins de 155 jours, le loir hiberne 200 jours. C'est donc la marmotte qui hiberne le plus longtemps en hibernant 210 jours ( $30 \times 7 = 210$ ).
- 9. Réponse A.** Les 5 sœurs ont au total  $20 + (10 \times 4)$ , soit 60 €. Pour qu'elles aient toutes la même somme, chacune doit avoir  $60/5$  soit 12 €. Simone doit donc donner 2 € à chacune des quatre autres (et il lui restera bien  $20 - 8$ , soit 12 € aussi).

## Kangourou 2017 - Corrigé du sujet « C »

**10. Réponse E.** La différence des longueurs des deux rectangles est 7 m, celle de leurs largeurs est 5 m. La différence de leur périmètre est donc  $2 \times (7 + 5)$  soit 24 m.

**11. Réponse E.** Il reste  $\frac{1}{3}$ , soit  $\frac{4}{12}$  du bout de bois à parcourir pour Fifi. Coco a parcouru les  $\frac{3}{4}$ , soit  $\frac{9}{12}$  du bout de bois.  $\frac{5}{12}$  de bout de bois les séparent donc.

**12. Réponse A.** Avec les quatre âges, on ne peut obtenir que deux sommes multiples de 5 : soit avec 12 et 8, soit avec 12 et 3. Zoé a donc 12 ans, Emma et Raja ont l'une 3 ans et l'autre 8 ans. Et Yves a 14 ans.

**13. Réponse D.** Pour chaque triangle équilatéral, les deux côtés en noir mesurent le double du côté en pointillés. La ligne noire mesure donc  $2 \times 20$ , soit 40 cm.

**14. Réponse B.** Pour couper en 9 parties, Simon a mis 8 marques. Pour couper en 8 parties, Nathan a mis 7 marques et aucune ne coïncide avec celles de Simon. Il y a donc en tout 15 marques. Et, en coupant la corde aux 15 endroits marqués, on obtiendrait 16 morceaux.

**15. Réponse C.** Le cube complet de  $4 \times 4 \times 4$  comprend 64 petits cubes. Le cube intérieur de  $2 \times 2 \times 2$  en comprend 8. Il y a donc  $64 - 8$  soit 56 petits cubes extérieurs.

**16. Réponse B.** Chaque triangle a une hauteur de 4 cm et une base de 1 cm, donc une aire de  $2 \text{ cm}^2$ . L'aire des deux triangles est  $4 \text{ cm}^2$ .

**17. Réponse E.** 35 % étaient des femelles, donc 65 % étaient des mâles. Les 252 kangourous mâles de plus que les femelles correspondent donc à  $65 - 35$  soit 30 % du nombre total de kangourous.

Le nombre total de kangourous est donc  $\frac{252 \times 100}{30}$  soit 840.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



**18. Réponse D.** imaginons que le tableau soit un quadrillage noir et blanc. Si deux cases voisines (noire et blanche) ont partout la même somme c'est que le même nombre est écrit sur toutes les cases d'une même couleur. Ici, il y a donc cinq 2 et quatre 3, soit une somme totale de 22.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 2 |

**19. Réponse A.** La voiture va doubler tous les tramways qui sont partis moins de 25 minutes avant elle : le tramway parti 3 minutes avant et ceux partis 6, 9, 12, 15, 18, 21 et 24 minutes avant. Elle va donc doubler 8 tramways.

**20. Réponse A.** On complète le début de la suite en calculant les chiffres suivants : 2, 3, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8...  
On retrouve deux chiffres qui se suivent (6 et 8), qui redonnent les mêmes calculs, et on obtient un groupe de six chiffres qui se reproduit indéfiniment :

2 3 688428 688428 etc.

Le 2017<sup>e</sup> chiffre de la suite est le 2015<sup>e</sup> après le 2 et le 3 du début.  
 $2015 = (335 \times 6) + 5$  donc le chiffre cherché est le même que le 5<sup>e</sup> de la liste 688428. Le 2017<sup>e</sup> chiffre de la suite est 2.

**21. Réponse D.** On compte les petits cubes qui combleraient les trous. Il y en a  $3 \times 5$  soit 15 avec les 3 trous de la face de devant à la face de derrière. Il y en a aussi 15 avec les 3 trous de la face du dessus à la face du dessous mais 3 sont les mêmes que déjà comptés donc cela ne fait que 12 en plus. Et il y en a aussi 15 avec les 3 trous de la face de droite à la face de gauche mais, de nouveau, 3 sont les mêmes que déjà comptés et cela ne fait que 12 en plus. Au total, il faudrait  $15 + 12 + 12$  petits cubes pour combler les trous soit 39. Et  $125 - 39 = 86$ . Le gros cube troué est constitué de 86 petits cubes.

**22. Réponse C.** La somme des angles d'un triangle est  $180^\circ$ . Quand la somme du plus petit et du plus grand angle a la plus petite valeur possible c'est que l'angle intermédiaire a la plus grande valeur possible. Les triangles considérés ayant des mesures en degrés entières, la plus grande valeur possible de l'angle intermédiaire est le premier entier strictement inférieur à  $90^\circ$  donc  $89^\circ$  et les deux autres angles sont alors  $1^\circ$  et  $90^\circ$ . Leur somme est  $91^\circ$ .

**23. Réponse A.** Le coureur le plus rapide fait  $\frac{1}{4}$  tour par minute et le plus lent fait  $\frac{1}{5}$  tour par minute. Ils se rapprochent ainsi de  $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$  soit  $\frac{9}{20}$  tour par minute. Entre deux croisements, la durée est donc de  $\frac{20}{9}$  minutes. Et le plus lent fait donc entre deux croisements  $\frac{1}{5} \times \frac{20}{9}$  tour soit  $\frac{4}{9}$  tour. En mètres, cela fait  $\frac{4}{9} \times 720$  soit 320.

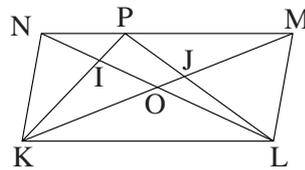
**24. Réponse D.** Avec la diagonale d'un petit carré gris comme unité, la nappe a pour aire  $5 \times 5$  soit 25 et le grand carré gris a pour aire 9.

Un carré de diagonale 1 a pour aire  $\frac{1}{2}$  donc l'aire des 16 carrés gris est 8. L'aire grise totale est donc  $9 + 8$  soit 17 et l'aire noire est  $25 - 17$  soit 8. La proportion de noir est donc  $\frac{8}{25}$  soit  $\frac{32}{100}$ .

(On peut aussi calculer l'aire des 16 petits carrés gris en remarquant que, dans la partie autour du grand carré gris, d'aire  $25 - 9 = 16$ , il y a autant de gris que de noir.)

**25. Réponse 6.** Pour que les résultats de deux sommes possibles soient égaux il faut ajouter 2 à un nombre et 5 à l'autre et donc ces nombres auront une différence de 3. Parmi les six nombres 1, 2, 3, 7, 8 et 9, il n'y en a pas deux qui ont une différence égale à 3 donc le nombre minimum de résultats différents sera supérieur ou égal à 6. Et c'est 6 puisqu'on peut par exemple obtenir les 6 résultats :  
 $1+(5)=4+(2)=6$ ,  $2+(5)=5+(2)=7$ ,  $3+(5)=6+(2)=8$ ,  $7+(2)=9$ ,  
 $8+(2)=10$ ,  $9+(5)=14$ .

**26. Réponse 6.** Dans les calculs qui suivent, l'aire du quadrilatère IOJP est  $x$  et l'aire d'un autre polygone est notée par la liste de ses sommets.



On a :

$$KOI = PMK - PJM - x = PML - PJM - x = LJM - x.$$

$$JOL = PNL - PIN - x = PNK - PIN - x = KIN - x.$$

$$\text{Or } KOI + JOL = PKL - x - KOL.$$

$$\text{Donc } KIN - x + LJM - x = PKL - x - KOL. \text{ Et comme (en cm}^2\text{):}$$

$$KIN + LJM = 24, \quad PKL = \frac{1}{2} KLMN = \frac{72}{2} = 36 \text{ et } KOL = \frac{1}{4} KLMN = 18,$$

$$\text{on a } x = 24 + 18 - 36 = 6.$$

(Remarque : on peut aussi raisonner sur un cas particulier en prenant le point P au milieu de [MN], et, à la place du parallélogramme, un carré ou un rectangle  $9 \times 8$ .)

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »