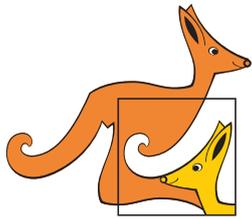


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

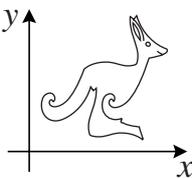
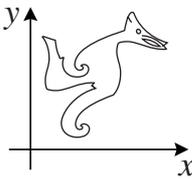
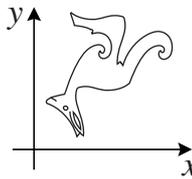
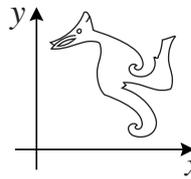
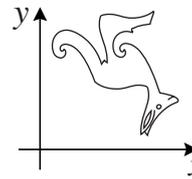
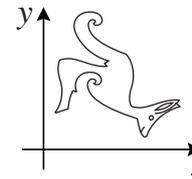


L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

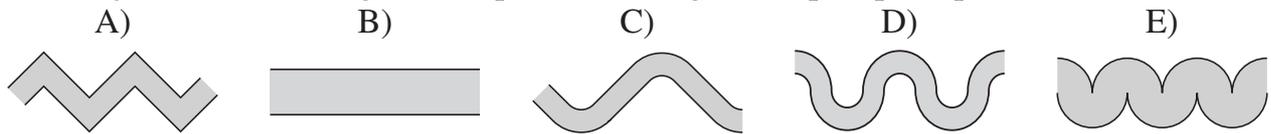
Jeu-concours 2016 — Durée : 50 minutes

Sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés pour les Première S, les Terminale S et pour les étudiants (Bac+).**

- 1** Combien vaut $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$?
- A) $\frac{3}{111}$ B) $\frac{111}{1000}$ C) $\frac{111}{1110}$ D) $\frac{3}{1000}$ E) $\frac{3}{1110}$
- 2** Une succession de lettres est un palindrome quand elle est inchangée lorsqu'elle est lue de gauche à droite ou de droite à gauche. Par exemple, XYX et XYYX sont des palindromes. Lequel des mots suivants est un palindrome ?
- A) ALLO B) MAMAN C) BOBO D) ABRACADABRA E) RESSASSER
- 3** Manon obtient 2 kg de figes sèches à partir de 10 kg de figes fraîches. Combien faut-il de figes fraîches à Manon pour obtenir 5 kg de figes sèches ?
- A) 16 kg B) 20 kg C) 25 kg D) 30 kg E) 36 kg
- 4** Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, un ensemble de points de coordonnées $(x; y)$ forme le dessin d'un kangourou (représenté ci-contre). Quel dessin obtient-on si, pour chaque point de l'ensemble, on échange les coordonnées x et y ?
- 
- A)  B)  C)  D)  E) 
- A) 11 ans B) 12 ans C) 13 ans D) 14 ans E) 15 ans
- 5** La somme des âges de Tom et Jean est 23. La somme des âges de Jean et Léo est 24. La somme des âges de Tom et Léo est 25. Quel âge a le plus âgé des trois ?

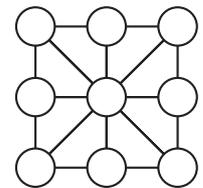
- 6** Voulant construire un pont entre les deux rives d'une rivière, Mme Pollux remarque que quel que soit le point choisi sur le bord de la rivière, le plus petit pont qu'elle pourra construire aura toujours la même longueur. Laquelle de ces figures ne peut pas représenter cette rivière ?



- 7** Combien d'entiers sont strictement compris entre 2015×2017 et 2016×2016 ?
 A) 0 B) 1 C) 2015 D) 2016 E) 2017

- 8** Diana écrit un entier dans chacun des cercles du diagramme ci-contre de sorte que les huit sommes de trois nombres, écrits aux sommets d'un petit triangle, soient égales. Combien d'entiers différents seront écrits, au maximum, dans le diagramme ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 8



- 9** Alex a deux cordes, l'une de 2 m de long et l'autre de 1 m. Il les découpe de sorte que tous les morceaux aient même longueur. Parmi les nombres suivants, lequel ne peut pas être le nombre total de morceaux ?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

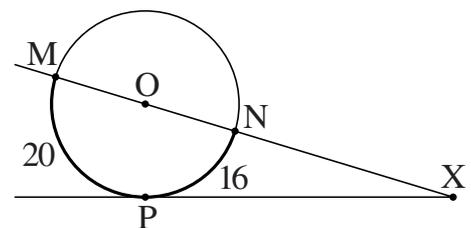
- 10** Si $x^2 - 4x + 2 = 0$, alors combien vaut $x + \frac{2}{x}$?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

- 11** Sur la figure ci-contre la droite (XP) est tangente en P au cercle de centre O et de diamètre [MN].

Si les longueurs des arcs \widehat{MP} et \widehat{NP} sont respectivement 20 et 16, combien vaut l'angle \widehat{MXP} ?

A) 10° B) 15° C) 18°
 D) 24° E) 30°



- 12** Quatre entiers strictement positifs a, b, c et d vérifient : $a + 2 = b - 2 = c \times 2 = \frac{d}{2}$.
 Quel est le plus grand de ces entiers ?

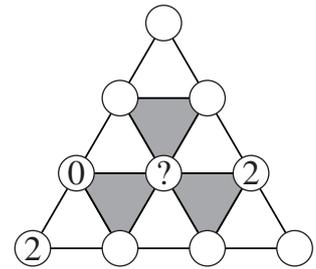
A) a B) b C) c D) d E) impossible à déterminer sans autre information

- 13** Dans le rectangle KLMN, la longueur du côté [LM] est égale à la moitié de la longueur de la diagonale [KM]. Soit P le point de (MN) tel que $KP = PM$. Combien vaut l'angle \widehat{MKP} ?

A) 20° B) $22,5^\circ$ C) 25° D) $27,5^\circ$ E) 30°

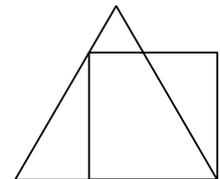
- 14** Ce soir j'invite cinq amis : André, Boris, Chris, Dan et Eugène. André a déjà rencontré un des autres, Boris deux, Chris trois et Dan quatre. Combien parmi eux Eugène en a-t-il déjà rencontré ?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 15** Sur chacun des dix sommets de la figure doit être écrit l'un des trois nombres 0, 1 ou 2. La somme des trois nombres aux sommets d'un triangle blanc doit être divisible par 3. La somme des trois nombres aux sommets d'un triangle gris ne doit pas être divisible par 3. Avec les trois nombres déjà écrits, quel(s) nombre(s) peut-on écrire sur le point central ?
 A) seulement 0 B) seulement 1 C) seulement 2
 D) ou 0 ou 1 E) ou 0 ou 1 ou 2



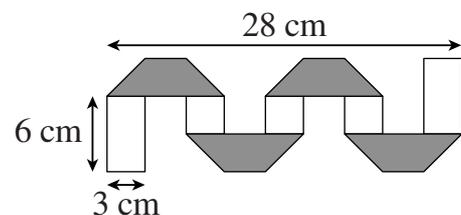
- 16** Un voyageur s'approche d'une table ronde autour de laquelle sept étranges lutins sont assis. Chacun lui dit : « Je suis assis entre deux menteurs ». Sachant qu'un lutin est soit menteur (et il ment toujours) soit véridique (et il dit toujours la vérité), combien de ces lutins sont des menteurs ?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) on ne peut pas le savoir sans autre information

- 17** La figure représente un triangle équilatéral et un carré dont trois sommets sont sur le triangle. Si le périmètre du carré vaut 4, combien vaut le périmètre du triangle ?
 A) 3 B) 4 C) $3 + \sqrt{2}$ D) $3 + \sqrt{3}$ E) $4 + \sqrt{3}$



- 18** Avec les neuf chiffres de 1 à 9, chacun utilisé une seule fois, on forme trois nombres à trois chiffres. Lequel des nombres suivants ne peut pas être égal à la somme des trois nombres ?
 A) 1500 B) 1512 C) 1521 D) 1575 E) 2016

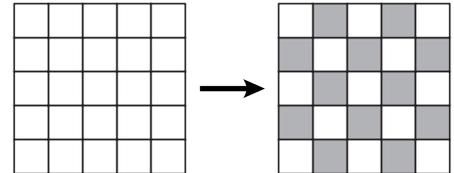
- 19** Une bande de papier, de 3 cm de large, possède une face blanche et une grise. On la plie comme le montre la figure. Quelques longueurs sont données et les trapèzes gris sont tous identiques. Quelle est la longueur de la bande de papier initiale ?
 A) 54 cm B) 55 cm C) 56 cm
 D) 57 cm E) 58 cm



- 20** Dans le triangle PQR, rectangle en P, les bissectrices des angles aigus se coupent en K. Si la distance de K à l'hypoténuse est $\sqrt{8}$, quelle est la distance de K à P ?
 A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $\sqrt{12}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

- 21** Combien de rectangles différents d'aire 2016 et de côtés mesurés par des nombres entiers peut-on découper en 56 petits carrés identiques ?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

- 22** Un cube est découpé en 6 pyramides en prenant un point à l'intérieur du cube et en joignant ce point à chacun des sommets du cube. Les volumes de cinq des pyramides obtenues sont 2, 5, 10, 11 et 14. Quel est le volume de la sixième pyramide ?
 A) 1 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12
- 23** Combien existe-t-il de nombres réels x tels que $(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 3x + 2} = 1$?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
- 24** Un carré 5×5 est divisé en 25 cases blanches. Un mouvement consiste à changer de couleur 3 cases consécutives dans une ligne ou une colonne, une case blanche devenant grise et une case grise devenant blanche. Quel est le plus petit nombre possible de mouvements pour passer du carré tout blanc au damier montré sur la figure ?
 A) moins de 10 B) 10 C) 12
 D) plus de 12 E) c'est impossible à faire



Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Un entier naturel a exactement six diviseurs (en incluant 1 et lui-même). Cinq des diviseurs ont pour produit 648. Quel est le sixième diviseur ?
- 26** Combien y a-t-il d'entiers naturels non nuls k tels que la somme des trois restes des divisions de k par 50, par 60 et par 70 soit égale à k ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »

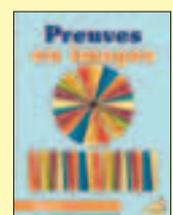


Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org