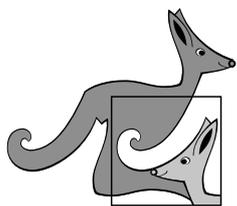


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

TROPHÉES 2022



Samedi 4 juin — Durée : 40 minutes
Épreuve Lycées



- 1 Le nombre X peut s'écrire comme le produit de 2021 facteurs :

$$X = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \dots \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right).$$

Combien vaut X ?

- A) 1011,5 B) 1012 C) $1 + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 2002}$ D) 1011 E) $1 + \frac{402221}{2022}$

- 2 Adam a formé le plus grand nombre à 2 chiffres « ab » divisible à la fois par a et par b et dont les deux chiffres a et b sont distincts et différents de zéro.

Ève a formé le plus grand nombre à 3 chiffres « cde » divisible à la fois par c , par d et par e et dont les trois chiffres c , d et e sont distincts et différents de zéro.

Adam soustrait son résultat de celui d'Ève. Combien obtient-il ?

- A) 852 B) 854 C) 879 D) 888 E) 915

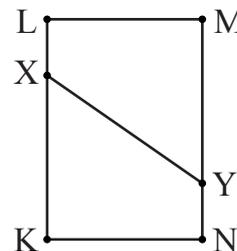
- 3 Toto est un octogone régulier. En joignant un sommet sur deux de Toto, on obtient un carré. Si le côté du carré est 1, quelle est l'aire de l'octogone ?

- A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{3}{2}$

- 4 On a dessiné et découpé un grand rectangle KLMN tel que $KL = 36$ cm et $LM = 27$ cm. Puis on l'a replié de telle sorte que K coïncide avec M . Soit $[XY]$ la pliure, avec X sur $[KL]$ et Y sur $[MN]$.

Combien mesure XY ?

- A) 33 cm B) 33,25 cm C) 33,5 cm
D) 33,75 cm E) 34 cm

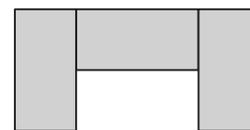
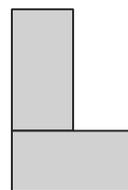


- 5 Avec cinq rectangles identiques, on forme les deux figures ci-contre, l'une avec deux rectangles, l'autre avec trois rectangles.

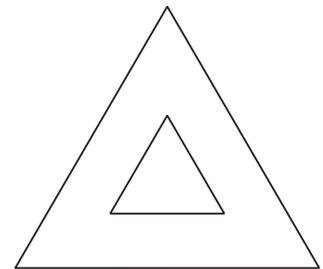
Leurs périmètres respectifs sont 68 cm et 95 cm.

Quel est le périmètre d'un des cinq rectangles ?

- A) 40 cm B) 41 cm C) 42 cm D) 43 cm E) 44 cm



- 6 Un sac contient 19 jetons numérotés de 1 à 19. Quel est le plus petit nombre de jetons à prendre au hasard pour être sûr d'obtenir au moins une paire de jetons dont la somme des numéros soit 20 ?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 19
- 7 Une fonction f vérifie :
 $f(1) = 123$;
et, pour tout entier $n \geq 1$, $f(n+1)$ est égal à la somme des carrés des chiffres de $f(n)$.
Combien vaut $f(100)$?
A) 4 B) 16 C) 20 D) 37 E) 89
- 8 Un petit triangle équilatéral se trouve à l'intérieur d'un grand triangle équilatéral. Chaque point du petit triangle est à la distance d des côtés du grand triangle.
Si $d = \sqrt{3}$, quelle est la différence entre le côté du grand triangle et celui du petit ?
A) la différence dépend des tailles respectives des triangles
B) 4,5 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $4\sqrt{3}$
- 9 Alice et Zoé essaient de trouver la figure choisie par Paul parmi les neuf figures numérotées. Alice sait que Paul a dit à Zoé la forme de sa figure. Zoé sait que Paul a indiqué la couleur à Alice. Elles dialoguent alors.
- Alice, « Je ne sais pas quelle est sa figure et je sais que Zoé non plus. »
- Zoé : « Au début je ne savais pas quelle figure c'était, mais maintenant, je le sais. »
- Alice : « Et maintenant, je le sais aussi. »
Quel est le numéro de la figure choisie par Paul ?
A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8



Question subsidiaire

(une réponse, avec au moins deux chiffres après la virgule, est obligatoire pour être classé)*.

Le produit d'un nombre positif par lui-même est 2022 ; il est compris entre 44 et 45.

Donner une valeur approchée de ce nombre avec le plus de décimales possibles.

Rappels.

• L'épreuve est individuelle et dure 40 minutes. **Les calculatrices et autres appareils électroniques sont interdits.** Les classements sont séparés pour chaque niveau (2^{de}, 1^{re}, ...).

• **Il y a une seule bonne réponse par question.** Pour les questions 1 à 3, une bonne réponse rapporte 3 points ; pour les questions 4 à 6, 4 points ; et pour les questions 7 à 9, 5 points. Une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. La note obtenue est comprise entre 0 et 45 (9 points sont donnés au départ).

* En cas d'ex æquo (sur les 9 premières questions), celle ou celui ayant donné le nombre le plus proche du nombre demandé à la question subsidiaire sera classé(e) devant.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 2 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »