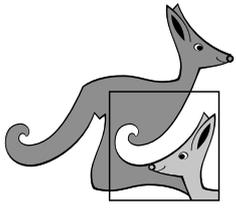


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

TROPHÉES 2019



Samedi 1^{er} juin — Durée : 40 minutes
Épreuve Lycées

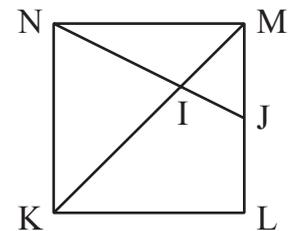


- 1 Quel est le plus grand nombre d'affirmations, parmi celles ci-dessous, qui peuvent être vraies en même temps pour un nombre réel x ?

$0 < x^2 < 1$; $x^2 > 1$; $-1 < x < 0$; $0 < x < 1$; $0 < x - x^2 < 1$.
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 2 KLMN est un carré de côté a . J est le milieu de [LM]. [KM] et [JN] se coupent en I. Combien mesure IJ ?

A) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{a\sqrt{5}}{6}$ C) $\frac{2a}{5}$ D) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{a}{3}$



- 3 On augmente de 40 % le numérateur d'une fraction. De quel pourcentage faut-il diminuer le dénominateur pour que la fraction obtenue soit le double de la fraction de départ ?

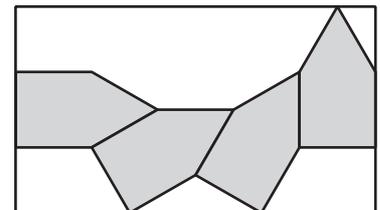
A) 25 % B) 30 % C) 35 % D) 40 % E) 45 %

- 4 Un pentagone est formé en accolant un carré et un triangle équilatéral de même côté.

Quatre de ces pentagones identiques sont placés dans un rectangle comme le montre la figure.

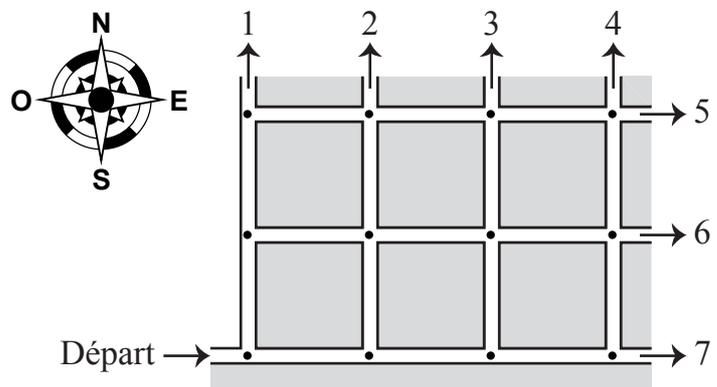
Quel est le rapport longueur/largeur de ce rectangle ?

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

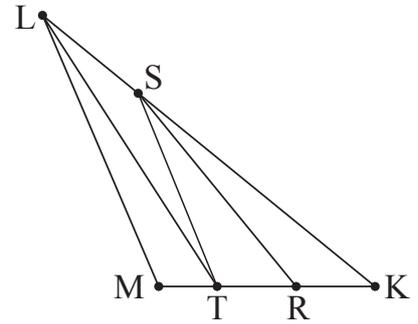


- 5 Un labyrinthe à lapins est représenté ci-contre. Il comporte sept sorties numérotées. À chaque croisement, un lapin a une chance sur 3 de partir vers l'Est, sinon il part vers le Nord. Quelle est la probabilité pour un lapin de sortir par la sortie 4 ?

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{8}{81}$ C) $\frac{8}{243}$
D) $\frac{24}{243}$ E) $\frac{80}{729}$



- 6 Le triangle KLM est divisé par les segments [RS], [ST] et [TL] en quatre triangles de même aire (voir figure).



Combien vaut le rapport de longueur $\frac{KT}{MR}$?

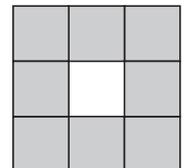
- A) 1 B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{8}{7}$ D) $\frac{7}{6}$ E) $\frac{6}{5}$

- 7 k est un nombre entier positif. Le nombre $3k$ a exactement 4 diviseurs et le nombre $5k$ a exactement 6 diviseurs.

Quel est le chiffre des unités du nombre $2019k$?

- A) 1 B) 3 C) 6 D) 7 E) on ne peut pas le déterminer

- 8 Kanga a écrit les entiers de 1 à 8 dans les cases grisées du dessin ci-contre. Il se trouve que les quatre sommes obtenues en ajoutant les nombres de la ligne du haut, ceux de la ligne du bas, ceux de la colonne de gauche, ceux de la colonne de droite, sont égales.



Quelle est, au minimum, la somme des nombres situés aux quatre coins ?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 16

- 9 Combien existe-t-il d'entiers naturels à 4 chiffres tels que tous les nombres à 3 chiffres obtenus en supprimant l'un quelconque de ses chiffres sont des diviseurs de cet entier ?

- A) 5 B) 9 C) 14 D) 19 E) 23

Question subsidiaire (une réponse est obligatoire pour être classé).*

Les *nombre pyramidaux triangulaires* (ou *nombre tétraédriques*) sont les sommes successives des nombres triangulaires (le 5^e nombre tétraédrique est 35, voir figure).

Le $n^{\text{ième}}$ nombre triangulaire, $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$, vaut $\frac{n(n+1)}{2}$.

Quel est le 2020^e nombre tétraédrique ?



Rappels.

• L'épreuve est individuelle et dure 40 minutes. **Les calculatrices et autres appareils électroniques sont interdits.** Les classements sont séparés pour chaque niveau (2^{de}, 1^{re}, ...).

• **Il y a une seule bonne réponse par question.** Pour les questions 1 à 3, une bonne réponse rapporte 3 points ; pour les questions 4 à 6, 4 points ; et pour les questions 7 à 9, 5 points. Une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. La note obtenue est comprise entre 0 et 45 (9 points sont donnés au départ).

* En cas d'ex æquo (sur les 9 premières questions), celle ou celui ayant donné le nombre le plus proche du nombre demandé à la question subsidiaire sera classé(e) devant.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 2 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »