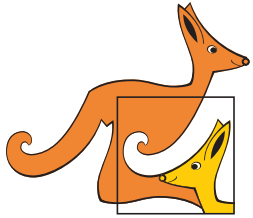


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de trois millions et demi de participants dans le monde.

Mars 2006 – Durée : 50 minutes

Épreuve Juniors, sujet J

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses consécutives sans erreur depuis la première question).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau : [2^{de}], [1^{re}S], [1^{re} non S] et [T^{ale} non S] des lycées d'enseignement général et technologique et les [1^{re} Bac pro] et [T^{ale} Bac pro].
-

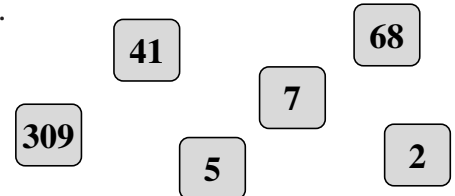
1 Quelle est la moyenne de 2006 et 6002 ?
A) 3998 B) 4000 C) 4002 D) 4004 E) 4006

2 Combien font 4 dizaines multipliées par 7 dizaines ?
A) 28 B) 28 dizaines C) 28 centaines D) 28 milliers E) 11 dizaines

3 Combien y a-t-il de nombres de quatre chiffres, multiples de 2006, dont les quatre chiffres sont distincts ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4 Six nombres sont écrits sur des cartes (dessinées ci-contre).
Quel est le plus petit nombre que l'on peut former en posant toutes ces cartes côte à côte ?

- A) 2574168309 B) 1023456789
C) 3097568241 D) 2309415687
E) 2309415678

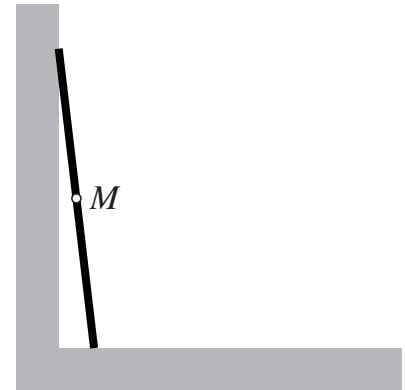
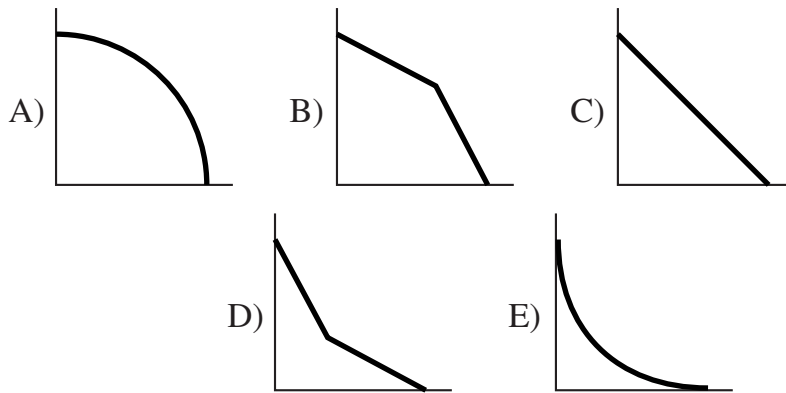


5 Soient trois nombres x , y et z tels que $x - y = 3$ et $y - z = 7$. Alors $x - z = ?$
A) -4 B) 4 C) 7 D) 10 E) on ne peut pas savoir

6 Sur une montre électronique, combien de fois, entre 00:00 et 23:59, l'heure affichée ne montre-t-elle que les quatre chiffres 2, 0, 0 et 6 (dans un ordre quelconque) ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

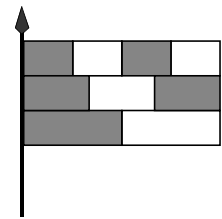
7 Pierre dit : « Exactement 25% de mes livres sont des romans et exactement 1 sur 9 sont des livres de poésie. »
Sachant qu'il a entre 50 et 100 livres, combien a-t-il de livres ?
A) 50 B) 56 C) 64 D) 72 E) 93

8 Une échelle est dressée contre un mur. Elle glisse vers le bas, en restant appuyée sur le sol et sur le mur. On suit le milieu M de l'échelle. Quelle est sa trajectoire ?



9 Un drapeau est formé de trois bandes de même largeur. Chaque bande est divisée en parties égales dont certaines sont grisées (comme le montre la figure). Quelle est la fraction du drapeau qui est grisée ?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{5}{9}$



10 Un paquet de bonbons coûte 10 euros. On trouve un coupon dans chaque paquet. Pour trois coupons, on gagne un paquet de bonbons gratuit. Combien de paquets de bonbons au total peut-on recevoir si l'on dépense 150 euros ?

- A) 15 B) 17 C) 20 D) 21 E) 22

11 Lady Agnès fait de son âge une énigme : « Si je devais vivre jusqu'à 100 ans, alors mon âge d'aujourd'hui serait égal aux quatre tiers de la moitié de ce qu'il me reste à vivre. » Quel âge a donc Lady Agnès ?

- A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

12
$$\begin{array}{r} \text{KAN} \\ + \text{KAG} \\ + \text{KNG} \\ \hline 2006 \end{array}$$
 Chaque lettre représente un chiffre différent, et chaque chiffre est représenté par une lettre différente. Quel chiffre peut être représenté par la lettre G ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13 En résolvant l'une des questions du « Kangourou », Claudie est parvenue aux trois conclusions suivantes, qui sont toutes les trois vraies :

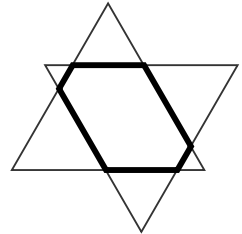
- 1) si la réponse A est juste, alors la réponse B est juste elle aussi ;
- 2) si la réponse C n'est pas juste, alors la réponse B n'est pas juste non plus ;
- 3) si la réponse B n'est pas juste, alors ni la réponse D ni la réponse E ne sont justes.

Quelle est la réponse à la question Kangourou sur laquelle Claudie réfléchit ?

(Rappel : au Kangourou, il y a une seule réponse juste parmi cinq.)

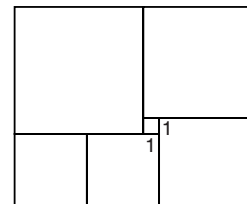
- A) A B) B C) C D) D E) E

- 14** Deux triangles équilatéraux de côté 6 cm sont superposés comme le montre le dessin, leurs côtés étant deux à deux parallèles. Leur superposition forme un hexagone (en gras sur le dessin). Quel est le périmètre de cet hexagone ?
- A) 11 cm B) 12 cm C) 13 cm D) 14 cm E) 15 cm



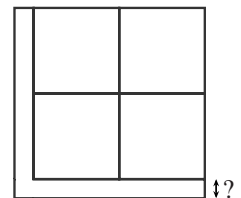
- 15** Christophe écrit tous les nombres dans lesquels chaque groupe de deux chiffres consécutifs est l'écriture d'un carré parfait. Combien de chiffres a le plus grand des nombres écrits par Christophe ?
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 6 E) 10

- 16** Le rectangle de la figure ci-contre est divisé en six carrés. Le côté du plus petit carré vaut 1. Quel est le côté du plus grand carré ?
- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8



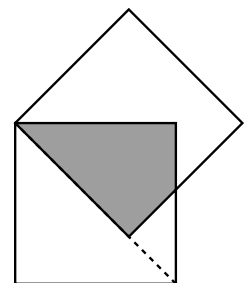
- 17** Une boîte contient 36 balles bicolores. 15 sont rouges et bleues, 12 sont bleues et vertes et 9 sont vertes et rouges. Quel est le nombre minimal de balles à prendre dans cette boîte pour être sûr d'avoir au moins 7 balles possédant une couleur commune ?
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

- 18** Un carré de 125 cm^2 a été divisé en cinq parts de même aire : quatre parts carrées et une en forme de «L», comme le montre la figure. Quelle est la longueur du plus petit côté du «L» ?
- A) 1 cm B) 1,2 cm C) $2(\sqrt{5}-2)$ cm
D) $3(\sqrt{5}-1)$ cm E) $5(\sqrt{5}-2)$ cm



- 19** Un train est constitué de 5 wagons notés I, II, III, IV et V. De combien de manières peut-on placer les wagons de telle sorte que le wagon I soit toujours plus proche de la locomotive que le wagon II ?
- A) 120 B) 60 C) 48 D) 30 E) 10

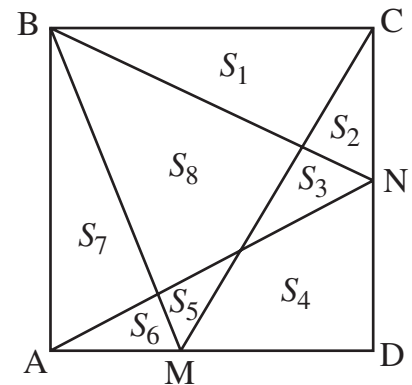
- 20** Deux carrés de côté 1 ont un sommet commun, et le côté de l'un est sur la diagonale de l'autre, comme le montre la figure. Quelle est l'aire commune aux deux carrés ?
- A) $\sqrt{2}-1$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$
D) $\sqrt{2}+1$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$



- 21** La famille Dobson est formée du père, de la mère et de plusieurs enfants. La moyenne des âges des membres de cette famille est 18 ans. Si l'on ne tient pas compte du père, âgé de 38 ans, la moyenne des âges de la famille diminue et vaut alors 14 ans. Combien y a-t-il d'enfants dans la famille Dobson ?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 22** Les nombres 1, 2 et 3 sont écrits sur un cercle. Quand deux nombres se suivent sur le cercle, on écrit leur somme entre chacun de ces deux nombres. On obtient ainsi 6 nombres, écrits sur un cercle et qui sont, dans l'ordre : 1, 3, 2, 5, 3 et 4. On répète 4 fois de plus cette procédure. On obtient alors 96 nombres écrits sur un cercle. Quelle est la somme de ces 96 nombres ?
 A) 486 B) 2187 C) 1458 D) 4374 E) 998

- 23** Soient M et N deux points quelconques respectivement sur le côté [AD] et sur le côté [DC] d'un carré ABCD. Le carré est alors découpé en huit parties d'aires S_1, S_2, \dots, S_8 comme le montre la figure. Laquelle des expressions suivantes est toujours égale à S_8 ?

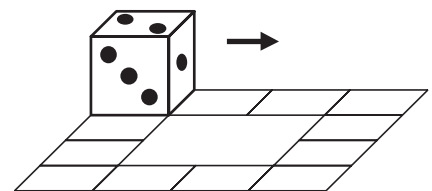


- A) $S_2 + S_4 + S_6$ B) $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
 C) $S_1 + S_4 + S_7$ D) $S_2 + S_5 + S_7$
 E) $S_3 + S_4 + S_5$

- 24** Soit X un nombre entier positif. Y est la somme des chiffres de X . Z vaut Y ou la somme des chiffres de Y . Combien d'entiers positifs X satisfont la condition $X + Y + Z = 60$?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) plus de 3

Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

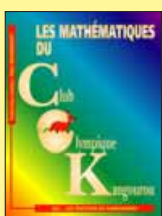
- 25** Le produit de 6 nombres entiers consécutifs, tous strictement inférieurs à 40, se termine par deux zéros mais pas par trois. Combien existe-t-il de tels produits ?



- 26** Sur la figure ci-contre, on dispose d'un chemin constitué de douze carreaux unités. Un dé est placé sur ce chemin et il y roule (dans le sens de parcours, la face verticale ici numérotée 1, tombe sur le premier carreau du chemin). Combien de tours complets du chemin le dé doit-il effectuer pour se retrouver exactement dans la position initiale ? (Indiquer « 0 » si c'est impossible à faire.)

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

