KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 5 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une quarantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

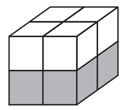
Kangourou 2010 - Corrigé de l'épreuve Cadets

1. Réponse **B.** $20 \div 10 + 20 \times 10 = 2 + 200 = 202$.

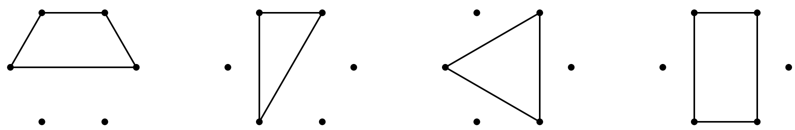
2. Réponse **B.** Il faut faire glisser trois barres : celle de gauche, verticalement vers le bas ; et les deux horizontales, en haut, vers la gauche.

3. Réponse **C.** La figure comporte deux axes de symétrie : les deux médiatrices des côtés du carré.

4. Réponse **D.** Les 4 petits cubes de la couche du dessous touchent la table.



5. Réponse **C.** La seule figure qu'on ne peut pas réaliser est un carré. Voir ci-dessous les autres figures réalisées.

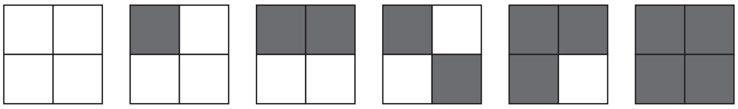


6. Réponse **E.** Le nombre de madeleines doit être le plus petit multiple commun à 3, 5 et 6, c'est donc 30 (3×10 ou 6×5).

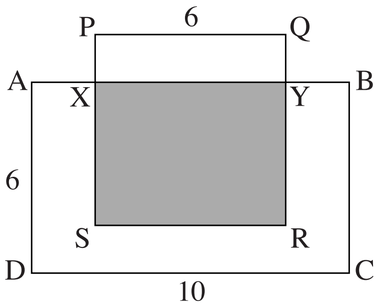
7. Réponse **E.** Le périmètre de la figure est :
$(a + b + a + 2b + a + b) \times 2 = 6a + 8b$.
Il est égal au périmètre d'un rectangle de côtés $3a$ et $4b$.

8. Réponse **E.** La somme de trois nombres consécutifs est le triple du nombre central. Les trois plus petits nombres, de somme 33, sont donc 10, 11 et 12. Les 7 nombres consécutifs sont 10, 11, 12, 13, 14, 15 et 16 ; la somme des trois derniers vaut 45.

9. Réponse **B.** Le jeu contient six cartes différentes.



10. Réponse **A.** L'aire du rectangle ABCD est égale à 6×10, soit 60 en cm^2.
L'aire du rectangle XYRS en est la moitié soit 30 cm^2.
La longueur SR est égale à 6 cm.
On en déduit :
$XS = 30 \div 6 = 5$ (en cm)
et $PX = 6 - 5 = 1$ (en cm).



11. Réponse **C.** En sciant en deux les cinq bûches, le bûcheron obtient cinq bûches de plus qu'au départ. Il avait donc au départ $22 - 5$, soit 17 bûches.

12. Réponse **C.** On doit effectuer : $(2+4+6+\ldots) - (1+3+5+\ldots)$, chaque parenthèse contenant 100 termes. À chacun des termes de la somme des nombres pairs correspond un terme de la somme des nombres impairs qui lui est inférieur d'une unité. Il y a donc une différence de 100 unités entre les deux sommes.

13. Réponse **D.** La plus grande somme possible de trois nombres à un chiffre, tous différents, est : $7+8+9=24$. Il est facile de voir que tout nombre entre 10 et 23 peut être la somme de trois nombres à un chiffre tous différents. Le plus petit nombre cherché est donc 25.

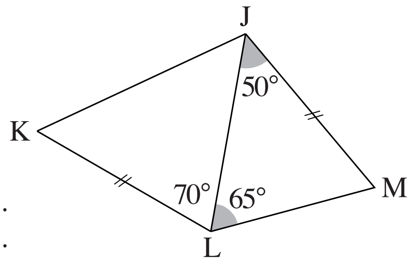
14. Réponse **E.** On sait que $a-1 = b+2 = c-3 = d+4 = e-5$, on peut alors écrire :

$$\begin{cases} a = e-4 \\ b = e-7 \\ c = e-2 \\ d = e-9 \end{cases}$$

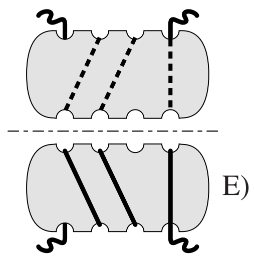
Chacun des nombres a, b, c et d est inférieur à e. Le nombre e est donc le plus grand.

15. Réponse **D.** Pour réunir 3 chaînettes, il faut 2 liaisons. $18 \div 2 = 9$, il faut donc 9 minutes pour une liaison.
Pour réunir 6 chaînettes, il faut 5 liaisons donc ($9 \times 5 = 45$) 45 minutes.

16. Réponse **B.** Dans le triangle JLM, on a :
$\widehat{JML} = 180° - 65° - 50° = 65°$.
JLM est donc isocèle en J,
et on a : $JL = JM$.
Comme $JM = KL$, on a $JL = KL$.
Et le triangle JKL est isocèle en L.
On a donc : $180° = 70° + 2 \times \widehat{JKL}$.
D'où : $\widehat{JKL} = 55°$.



17. Réponse **E.** On peut le comprendre en retournant le morceau E, par la pensée et par une symétrie d'axe horizontal. Attention, il y a deux façons de retourner le morceau de bois pour voir l'autre côté; les deux brins de laine qui dépassent indiquent la façon dont le retournement a été effectué.
On peut vérifer qu'aucun des dessins A, B, C ou D ne convient (note : il y a d'autres versos possibles avec croisements).



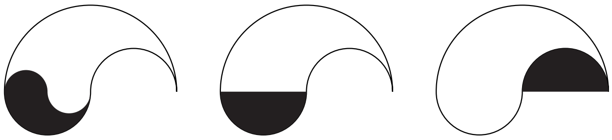
18. Réponse **C.** Si on appelle R le nombre de boules rouges, V le nombre de boules vertes et N le nombre de boules noires, on a :

$$R + V + N = 50 \ ; \quad R = 11\,V \quad \text{et} \quad R > N > V > 0.$$

Les deux égalités permettent de dire que V ne peut valoir que 1, 2, 3 ou 4.
Si $V = 1$ alors $R = 11$ et $N = 50 - (11 + 1) = 38$.
C'est contradictoire avec $R > N$.
Si $V = 2$ alors $R = 22$ et $N = 50 - (22 + 2) = 26$.
C'est contradictoire avec $R > N$.
Si $V = 3$ alors $R = 33$ et $N = 50 - (33 + 3) = 14$. On a bien $R > N > V$.
Si $V = 4$ alors $R = 44$ et $N = 50 - (44 + 4) = 2$.
C'est contradictoire avec $N > V$.
Il y a donc 33 boules rouges et 14 boules noires. $33 - 14 = 19$. Il y a 19 boules rouges de plus que de boules noires.

19. Réponse **B.** Deux droites parallèles suffisent pour partager le plan en exactement 3 régions.

20. Réponse **B.** Les aires blanches (et les aires noires) de chacune des trois figures ci-dessous sont égales.



La partie noire a la même aire qu'un demi-disque de rayon 4 cm (8π) et l'ensemble du logo a la même aire qu'un disque de rayon 8 cm (32π). La fraction noire du logo vaut donc 1/4 du total.

21. Réponse **C.** Pour obtenir 1 dinde, il faut cinq coqs.
Pour obtenir 1 dinde et 1 coq, il faut donc 6 coqs.
Pour obtenir 6 coqs, il faut 2 oies et 4 poules.
Pour obtenir 1 dinde, 1 coq et 1 oie, il faut donc 3 oies et 4 poules.
Pour obtenir 3 oies, il faut 12 poules.
Il faut donc au total 16 poules pour obtenir 1 dinde, 1 coq et 1 oie.

22. Réponse **B.** Il y a 18 jetons. Si l'on appelle x le nombre de jetons de valeur 4, alors la somme des nombres inscrits sur les jetons s'écrit :

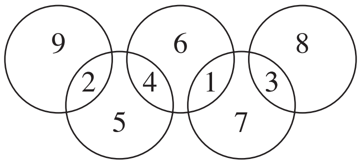
$$4x + 5(18-x) = 4x + 90-5x = 90-x.$$

Puisque x est compris entre 0 et 18, cette somme est comprise entre 72 et 90.
Le seul multiple de 17 compris entre ces valeurs est 85.
On en déduit $x=5$.

23. Réponse **B.** Au départ la somme des 10 entiers écrits au tableau est 55. Quels que soient les nombres choisis, on effectue 9 opérations qui diminuent chacune la somme de 1.
$55-9=46$. On trouve toujours 46.

24. Réponse **B.** Huit petits cubes peuvent se toucher en un sommet. Il faut donc au moins 8 couleurs différentes.
Avec 4 couleurs, on peut facilement colorier une tranche de cube $3\times3\times1$. On utilise donc 4 couleurs pour colorier la tranche centrale. Les 4 autres couleurs permettent de colorier la tranche du haut et aussi la tranche du bas, ces deux tranches ne se touchant pas.

25. Réponse **6.** Seule configuration possible (à une symétrie près) :



L'étude se fait à partir des décompositions de 11 en somme de 2 nombres de 1 chiffre ($9+2$, $8+3$, $7+4$, $6+5$) ou de 3 nombres de 1 chiffre ($1+2+8$, $1+3+7$, $1+4+6$, $2+3+6$, $2+4+5$).
Le nombre 9 n'intervient que dans une seule décomposition ; les nombres du premier disque sont donc 9 et 2.
Les six nombres dans les deux cercles du bas ont pour somme 22. Or la seule manière d'obtenir 22 avec six nombres différents est :
$1+2+3+4+5+7$.
Une fois placés 9 et 2, alors 8 est nécessairement avec 3 dans l'autre cercle ne comprenant que deux nombres. Seul reste 6 pour être à la place du point d'interrogation.

26. Réponse **7.**
Les triangles successifs OA_1A_2, $A_1A_2A_3$, $A_2A_3A_4$ … sont isocèles et leurs angles à la base sont successivement α, 2α, 3α, etc.
La construction cesse d'être possible (sans recouper le segment précédent) à la première valeur de n telle que $n\alpha$ dépasse 90°.
Le premier n tel que $13n > 90$ est 7.
On pourra dessiner 6 triangles, le dernier étant $A_5A_6A_7$, ce qui donne 7 segments tracés dans le processus du zigzag.