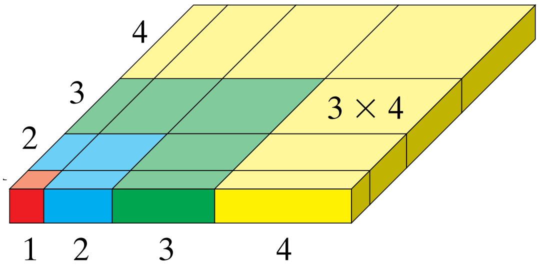
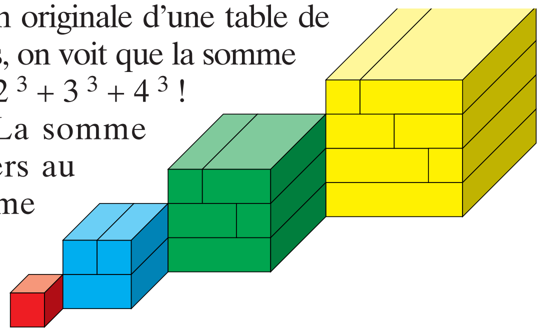
UNE CONSTRUCTION DE MICHAEL HIRSCHORN

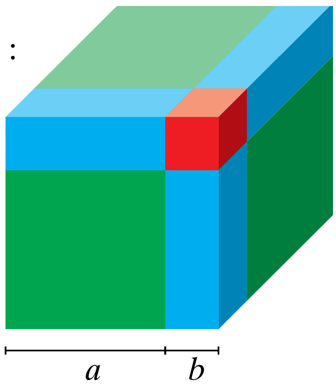
Combien font $(1 + 2 + 3 + 4)^2$? On part d'une représentation originale d'une table de Pythagore. En réassemblant les cases de manière à former 4 cubes, on voit que la somme cherchée vaut $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$! Fabuleux, non ? La somme des premiers entiers au carré vaut la somme de leurs cubes !!!

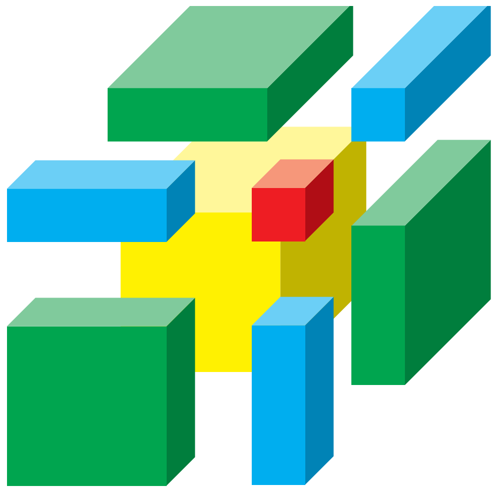




LE CADEAU DU KANGOUROU $(a + b + c)^3$

Un cube
de côté $a + b$:





Et en voici un éclaté montrant que

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

En effet :

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$$
$$(a + b)^3 = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$$
$$(a + b)^3 = a^3 + 2a^2b + b^2a + a^2b + 2ab^2 + b^3$$
$$(a + b)^3 = a^3 \quad + \quad 3a^2b \quad + \quad 3b^2a \quad + \quad b^3.$$