

3.1 Allumettes

Il y a au moins 2 solutions :

$$X + II = VII \quad >>> \quad X - II = VIII$$

>>> $X + II = XII$ (même astuce que celle de la page de jeux n°2).

3.2 Le compte est bon

$$(3 + 3) \times 4 \times (25 + 4) = 24 \times 29 = 696.$$

3.3 Kangourou • Entraînement « Les puissances »

1. D. $2000 = 2 \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)$.

2. D. Le chiffre des unités est le même que celui de $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 9 \times 9 \times 9$, soit 6×9 , soit 4.

3. A. Le plus petit cube inférieur à 400 est 343 (ou $7 \times 7 \times 7$) et $400 - 343 = 57$. ($8^3 = 2^9 = 512$.)

4. B. $(0,03) \times (0,03) = 0,0009$.

5. C. Un milliard c'est 10^9 donc un milliard en billets de 10, cela fait 10^8 billets. 10 km c'est 10^4 m.

L'épaisseur d'un billet, en m, est donc $10^4 / 10^8$, soit 10^{-4} .

6. B. $2^{98} / 2 = 2^{97}$.

7. C. 19^{95} est supérieur à 10^{95} , tous les autres nombres sont inférieurs à 10^{15} .

8. E. $1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 = 10^3 \times 10^9 \times 10^3 = 10^{15}$ qui s'écrit avec un « 1 » suivi de quinze « 0 ».

9. A. En un jour, le nombre de bactéries est multiplié par 4,

et donc en une semaine par $4^7 = 2^{14} = 1024 \times 16 = 16384$.

10. D. $a = 2^{81}$ et, comme $2^5 = 32$ et $80 = 5 \times 16$, $a = 2 \times 32^{16}$. $b = 3^{16}$. $c = 4^8 = 2^{16}$. Et donc $c < b < a$.

11. C. $96 = 3 \times 2^5$. La puissance de 5 en facteur dans chaque nombre est $2+2=4$ pour A, $1+3=4$ pour B, 5 pour C ($3125 = 5^5$), $2+2=4$ pour D et 4 pour E.

Le plus grand nombre de zéros est donc obtenu avec 96×3125 .

12. C. Chaque nombre peut s'écrire comme une puissance de 2. A : 2^{12} . B : 2^{30} . C : 2^{33} . D : 2^{32} . E : 2^{30} .

Le nombre le plus grand est C.

3.4 Avec le Kangourou, en 2026, pour sa 36^e année...

$$36 = 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3.$$

Les âges possibles pour les 3 filles sont :

$$1,1,36 \quad 1,2,18 \quad 1,3,12 \quad 1,4,9 \quad 1,6,6 \quad 2,2,9 \quad 2,3,6 \quad 3,3,4$$

dont les sommes sont respectivement :

$$38 \quad 21 \quad 16 \quad 14 \quad 13 \quad 13 \quad 11 \quad 10.$$

Je connais la somme (qui est le numéro de « la maison d'en face ») et je pourrais donc répondre si toutes les sommes étaient différentes. Mais deux sommes sont égales à 13 : $1+6+6$ et $13=2+2+9$, et dans chaque cas il y a des jumelles.

Comme il y a une aînée, les âges sont donc 2, 2 et 9.