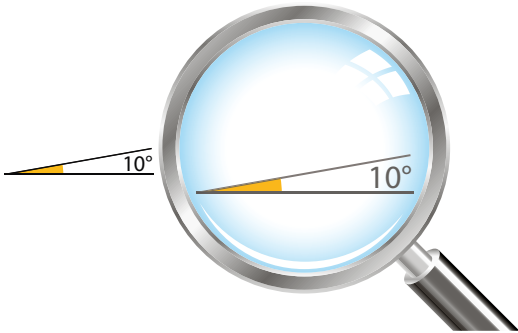
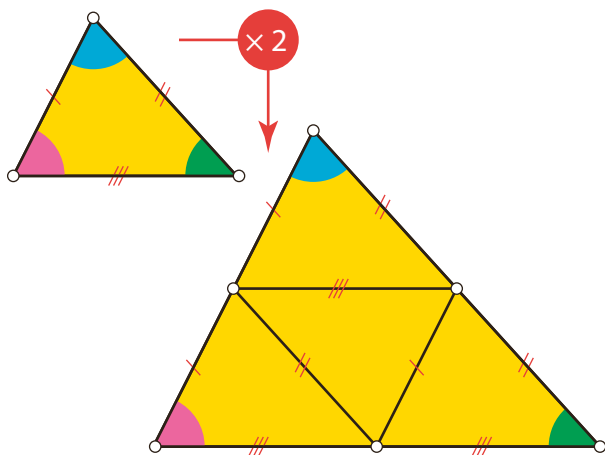


Les pièges du **changement d'échelle**

Lorsqu'on multiplie par un nombre k toutes les longueurs d'une figure, il faut faire attention...
... les angles de la figure **ne changent pas** !
Autrement dit un angle de 10° vu à la loupe, reste un angle de 10° !

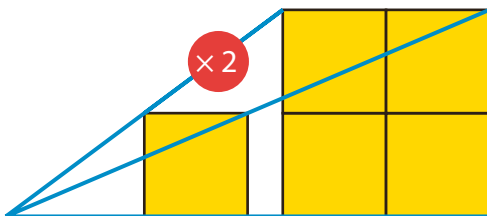


Ce serait d'ailleurs assez grave que la somme des angles d'un triangle devienne 360° quand on a doublé la longueur des côtés du triangle !



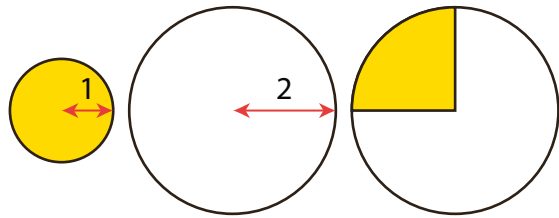
... les aires de la figure sont multipliées par $k \times k$.

Par exemple, un carré de côté 1 (d'aire 1) devient un carré de côté k (d'aire k^2).



On voit d'ailleurs bien qu'en doublant le côté d'un carré, on multiplie son aire par 4.

De même, en doublant le rayon d'un disque, on multiplie son aire par quatre !

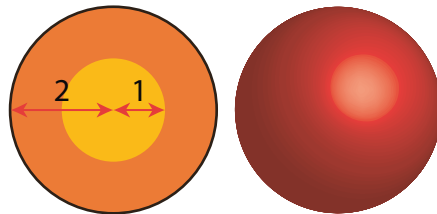


Une tarte de rayon *double* d'une tarte individuelle est donc une tarte pour *quatre* personnes !

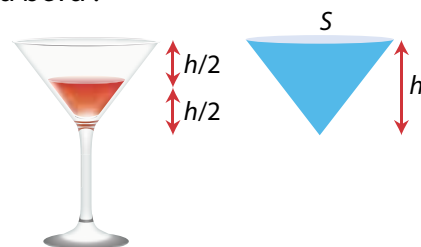
... et les volumes sont eux multipliés par $k \times k \times k$.

Autrement dit, si un fruit de rayon 2 a un noyau de rayon 1, alors le volume du fruit est égal à 8 fois celui de son noyau !

Et le volume de la chair vaut donc 7 fois celui du noyau !



De même, prenons un verre conique et remplissons-le à moitié... Il faut 8 verres à moitié plein pour remplir un seul verre jusqu'au bord !



En effet, le volume d'un cône de hauteur h de surface de base S vaut $\frac{1}{3}Sh$.

Si on multiplie h par 2, alors S est multiplié par 4 et $S \times h$ est multiplié par 8 !





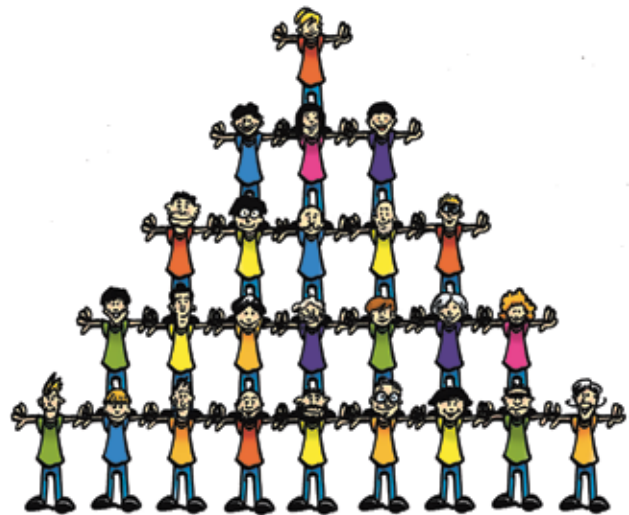
Un modèle de Tour Eiffel

Réaliser un modèle réduit de la Tour Eiffel à l'échelle de $1/200^{\text{ème}}$, c'est non seulement diviser sa hauteur par 200, mais diviser aussi par 200×200 l'aire de sa base et de toutes ses coupes horizontales. Son « volume » et en particulier le volume de métal en quoi elle est construite est donc divisé par $200 \times 200 \times 200$ soit 8 000 000.

La Tour Eiffel pèse 8000 tonnes soit 8 000 000 kg. Le modèle réduit pèserait donc, en kilogrammes

$$\frac{8\,000\,000}{8\,000\,000} = 1.$$

Une tour de 1,50 mètre pèserait 1 kg ! C'est vraiment très léger et ce calcul permet d'apprécier encore plus la prouesse de Gustave Eiffel, qui a vraiment utilisé très très peu de matière. Et une tour, dix fois plus petite, de 15 cm, pèserait 1 gramme ! Une plume d'oiseau !



Essayons d'imaginer une Tour Eiffel dont chacun des 4 côtés serait une pyramide humaine. Avec quatre pyramides, de 250 hommes à la base et de 200 hommes en hauteur, on peut croire imiter la Tour Eiffel (en les inclinant dangereusement pour réunir leurs pointes). Ce soi-disant modèle réduit de la Tour Eiffel a, en tout cas un poids comparable.

Supposons donc une construction bâtie uniquement avec des hommes : 8 millions de kilogrammes, avec des costauds de 80 kg, cela fait 100 000 hommes.

On pourrait imaginer que la base forme le périmètre d'un carré de 125 mètres de côté ; bien serrés l'un contre l'autre, cela fait 250×4 hommes soit 1000 hommes, répartis donc sur le pourtour de la base.

Si d'autres hommes montent sur leurs épaules, alors pour atteindre 300 mètres, il faudrait environ 200 hauteurs d'homme. Notre pyramide d'hommes devrait donc diminuer de 5 hommes à chaque hauteur ; au total, dans cette bien fragile pyramide, il y aurait :

$1000 + 995 + 990 + 985 + \dots + 15 + 10 + 5$ hommes, soit

$5 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200)$,
soit $\frac{5 \times 200 \times 201}{2}$, soit curieusement,

les quelques 100 000 hommes dont le poids équivaldrait à celui de la Tour Eiffel !

