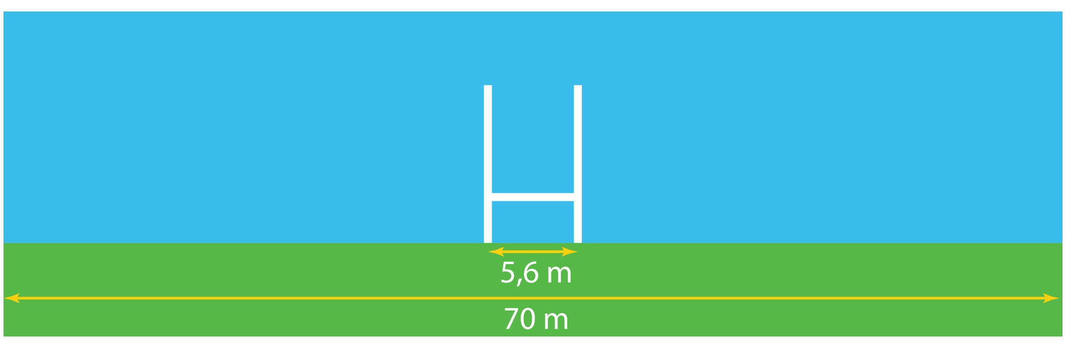
Rugby

Pénalité et transformation

De 1997 à 2014, Jonny Wilkinson marqua plus de 5000 points pour l'équipe nationale d'Angleterre et pour ses équipes de Newcastle puis Toulon. Avec son style si particulier, assurant d'abord son assise, en tenant ses bras, comme en prière, puis regardant fixement « le poteau du milieu », il frappa et réussit ainsi plus de 2000 coups de pied de pénalités ou transformations d'essais.

Il savait, bien évidemment, que pour une tentative, il valait mieux, parfois, reculer pour ouvrir son angle de réussite, même si cela obligeait à un tir plus puissant… Mais quand vaut-il mieux ainsi reculer et de combien ?

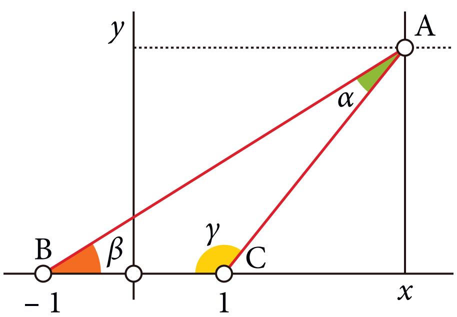
Les données sont les suivantes : un terrain de rugby fait 70 mètres de largeur et les poteaux de but sont séparés de 5, 60 mètres.

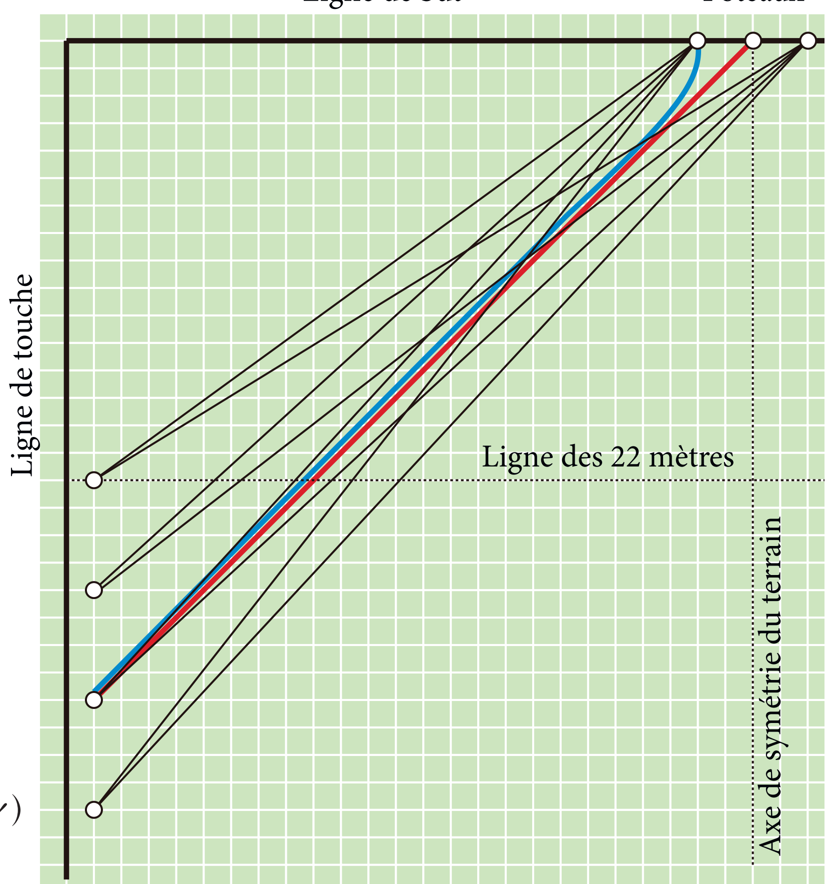


Pour vous permettre de faire des mesures, nous vous avons dessiné une partie du terrain en espaçant les poteaux de 4 carreaux pour une moitié de largeur de 25 carreaux. Et nous vous avons tracé quelques angles correspondant à une transformation d'essai tout près de la ligne de touche.
À vous de mesurer les 4 angles marqués, et d'en déduire de combien il vaut mieux reculer à partir de la ligne des 22 !

Étudions le problème dans un plan repéré ; l'unité sur les axes est prise de sorte que les poteaux B et C ont pour coordonnées $(1, 0)$ et $(-1, 0)$; la ligne de touche a alors pour équation $x = 12,5$.

Le problème est, sur une verticale donnée, de trouver où est le maximum de l'angle α sous lequel on voit les poteaux, du point A de coordonnées (x, y).





Ce maximum existe pour y positif, puisque cet angle vaut 0 pour $y = 0$ et 0 aussi pour y très grand.
Et on va chercher le maximum, non pour l'ordonnée y variant à partir de 0, mais pour $\tan\alpha$ avec α variant à partir de 0.
Avec les notations de la figure :

$$\tan\beta = \frac{y}{x+1} \; ; \; \tan\gamma = -\frac{y}{x-1} \; ;$$

$$\tan\alpha = \tan(\pi - \beta - \gamma) = -\tan(\beta + \gamma) = -\frac{\tan\beta + \tan\gamma}{1 - \tan\beta\tan\gamma}$$

D'où

$$T(y) = \tan\alpha = -\frac{\dfrac{y}{x+1} - \dfrac{y}{x-1}}{1 + \dfrac{y^2}{x^2-1}} = \frac{2y}{x^2+y^2-1}.$$

$T(y)$ vaut bien 0 pour $y = 0$ et y infini.
Le maximum de $T(y)$ a lieu pour $T'(y) = 0$, et on a : $T'(y) = \dfrac{2\left(x^2-y^2-1\right)}{\left(x^2+y^2-1\right)^2}$.

Le maximum de $T(y)$ est donc obtenu pour

$$x^2 - y^2 = 1.$$

D'où le résultat :

le maximum de l'angle de tir est sur l'hyperbole équilatère dont la partie d'asymptote située sur le terrain part du milieu des poteaux, et est inclinée à 45°.

Comme on le voit sur la figure, vues les dimensions du terrain, la courbe d'angle maximal est très proche de son asymptote. (en rouge)
De sorte que l'on peut traduire cette analyse mathématique par le conseil suivant, que l'on peut donner aux buteurs :
Face aux poteaux, le buteur a intérêt à connaître sa meilleure distance pour réussir.
S'il n'est pas entre les poteaux, il a intérêt à augmenter son angle de réussite en reculant jusqu'à se trouver aussi loin de la ligne de but que de l'axe de symétrie du terrain.

Par exemple, si on est à 1 mètre de la touche sur la ligne des 22, on a intérêt à reculer d'une douzaine de mètres 12 = 34 – 22. Mais il faut alors un bon buteur de loin puisque cela fait un tir d'environ 50 mètres.