



KANGOUROU

Questions MATHS-ASTRO

Août 2016

Collégiens

Ni téléphones, ni calculatrices ! (Vous pouvez vous débrouiller sans eux : puisque des réponses vous sont proposées, vous pouvez faire des approximations ; et parfois nous vous donnons quelques résultats de multiplication).

Pour chaque question, une et une seule réponse est juste.

Les questions 1, 2, 3, 4 valent 3 points, les questions 5, 6 valent 4 points, les questions 7, 8, 9, 10 valent 5 points. Les questions subsidiaires départageront les ex-aequo. Une réponse fautive fait perdre le quart de sa valeur en points. Dix points étant donnés au départ, les notes iront de 0 à 50. Les solutions seront distribuées le jeudi après-midi...

Durée : 50 minutes

1. La lumière

La terre est à 150 millions de km du Soleil. La lumière parcourt 300 000 km par seconde.
Combien de temps la lumière du Soleil met-elle pour nous parvenir ?

- A) 6 minutes B) 300 secondes C) 8 minutes et 20 secondes
D) 10 minutes E) 12 minutes et 20 secondes

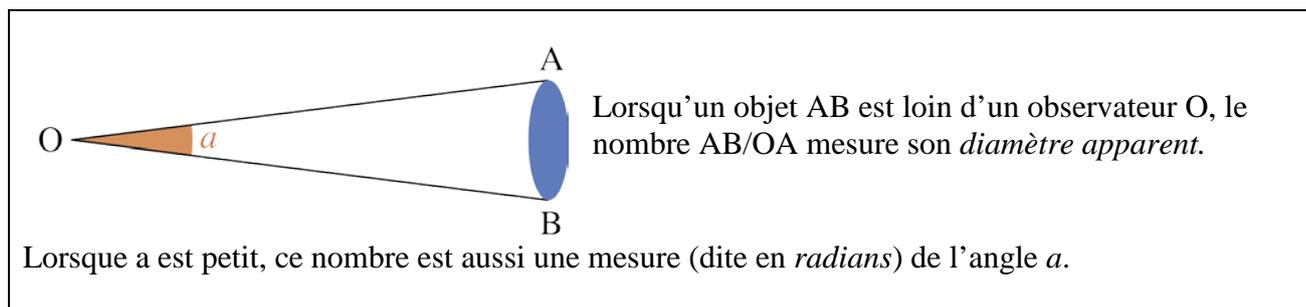
2. Diamètre apparent

La Lune et le Soleil ont, à peu près, le même *diamètre apparent*.

Ainsi la Lune, de diamètre 3500 km et située à environ 400 000 km de nous, peut être cachée par un petit disque placé, à bout de bras, à 60 cm de notre œil (le soleil aussi mais ce n'est pas recommandé pour les yeux !).

Quel est, environ, le diamètre minimum de ce petit disque ?

- A) 1 mm B) 5 mm C) 1 cm D) 2 cm E) 6 cm



3. Mars et la Terre

Le rayon de la Terre est d'environ 6400 km ; celui de Mars est de 3400 km.

Combien de fois, environ, le volume de la Terre est-il plus grand que celui de Mars ?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

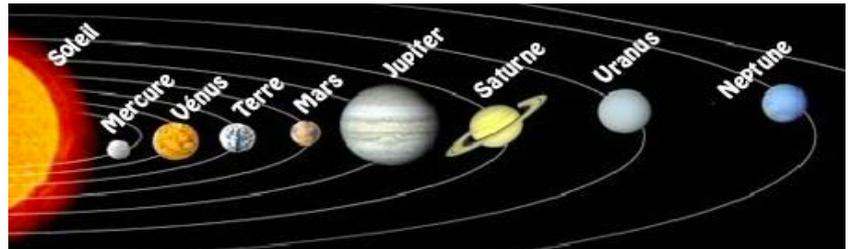
4. Une heure dans le ciel

Vu de la Terre, le Soleil décrit une circonférence complète en 24 heures. En une heure, cela représente, environ, le même déplacement que celui d'un disque, tenu « à bout de bras », à 60 cm de l'œil. Quel est le déplacement de ce disque ?

- A) 2 cm B) 4 cm C) 8 cm D) 16 cm E) 32 cm

5. La loi de Titius-Bode

En 1766 le physicien Titius et en 1772 l'astronome Bode firent remarquer que les rayons moyens R_n des orbites des planètes semblaient se distribuer en progression géométrique :



À peu de choses près, avec l'Unité Astronomique (UA) pour unité de distance, on a en effet $R_n = 0,4 + 0,3 \times 2^n$ avec $2^n=0$ pour Mercure, puis $n=0$ pour Vénus, $n=1$ pour la Terre, $n=2$ pour Mars, $n=4$ pour Jupiter, $n=5$ pour Saturne (troisième ligne du tableau).

La deuxième ligne du tableau donne les vraies valeurs des R_n .

Mercure	Venus	Terre	Mars	?	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
0,39	0,72	1 UA	1,52		5,2	9,5	19,2	30
0,4	0,7	1	1,6	2,8	5,2	10	19,6	?

Lorsque Herschel découvrit Uranus en 1781, la concordance du rayon moyen de son orbite avec le terme suivant de la loi de Titius-Bode (avec $n=6$) parut déjà « miraculeux ». Mais lorsque la ceinture des astéroïdes, entre Mars et Jupiter, fut découverte à 2,8 UA du Soleil, la loi devint une star de l'astronomie. Malheureusement la planète, « découverte » par le calcul de Le Verrier en 1846, Neptune, vint infirmer ce bel agencement du système solaire...

Quelle valeur aurait dû avoir le rayon moyen de l'orbite de Neptune selon la loi de Titius-Bode ?

- A) 27,6 B) 30 C) 33,2 D) 36 E) 38,8

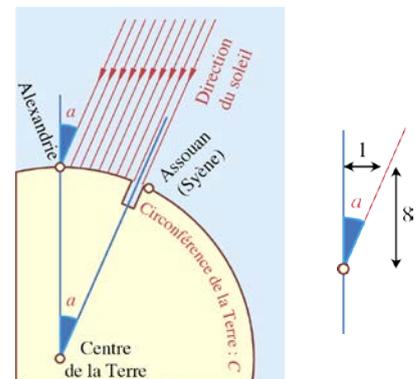
6. Une mesure de la Terre

Au troisième siècle avant JC, Eratosthène savait que la Terre était ronde et il voulut en connaître le rayon.

Un jour de solstice d'été, à midi, il savait que le Soleil était au zénith à Syène (sa lumière allait jusqu'au fond d'un puits vertical) ; il fit alors mesurer l'angle entre la direction du Soleil et la verticale à Alexandrie, situé 5000 « stades » au Nord ; la mesure donna une inclinaison de $1/8$ (voir le dessin).

Il évalua alors la circonférence de la Terre et, donc, son rayon avec une précision incroyable : il trouva 6400 km.

Combien de mètres valait un « stade » à l'époque d'Eratosthène ?



- A) 650 B) 400 C) 250 D) 160 E) 115

Info : lorsqu'un arc de cercle est « petit », sa longueur est proche de la longueur de la corde qui le sous-tend.

La troisième loi de Kepler

La 3^{ème} loi de Kepler (1571-1630) énonce que, pour toutes les planètes, le carré de sa période de révolution (autour du Soleil) divisé par le cube de sa distance au Soleil est un même nombre.

Autrement dit, T étant la période d'une planète en années et A sa distance au Soleil en Unités Astronomiques (UA), le carré $T \times T$ vaut le cube $A \times A \times A$.



7. Neptune met 165 ans pour tourner autour du soleil.

Quelle est alors une bonne approximation de sa distance au Soleil, en Unités Astronomiques ?

A) 9 B) 20 C) 25 D) 30 E) 90

[on donne $165 \times 165 = 27225$]

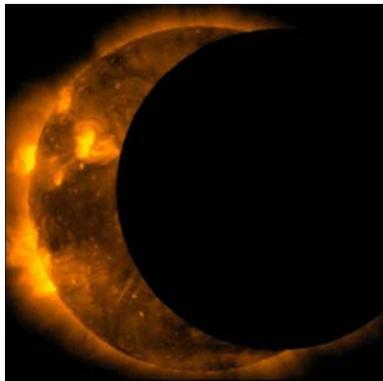
8. Jupiter est en moyenne à 5,2 UA du soleil.

Quelle est alors une bonne approximation de sa période de révolution autour du soleil ?

A) 3 ans B) 5 ans C) 9 ans D) 12 ans E) 14 ans

[on donne $5,2 \times 5,2 \times 5,2 = 140,6$]

9. Le cycle de Saros



Lorsque la Lune, la Terre et le Soleil se trouvent exactement alignés, il y a une éclipse de Soleil (les jours de nouvelle lune) ou de Lune (les jours de pleine lune).

Cela ne peut se produire que lorsque la Lune est, vue de la Terre, entièrement noire (nouvelle lune) ou entièrement blanche (pleine lune) ; il en est ainsi tous les 29,53 jours environ (mois lunaire dit *synodique*).



Cependant de petites perturbations empêchent l'alignement Soleil-Terre-Lune d'être exact. Cela ne peut donc aussi se produire précisément que lorsque la Lune coupe le plan de l'orbite terrestre ; il en est ainsi tous les 27,21 jours environ (mois lunaire dit *draconitique*).

Il se trouve que ces deux mêmes événements se reproduisent tous les 6585,3 jours, période correspondant, à très peu de chose près, à 223 mois synodiques ou à 242 mois draconitiques.

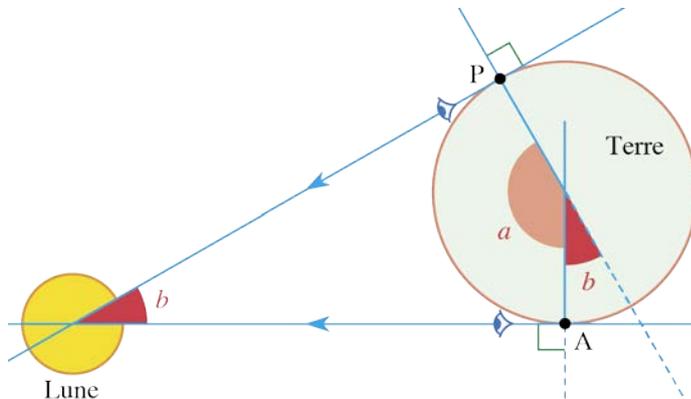
Quelle est donc cette période ?

A) 16 ans B) 16 ans et 144 jours C) 18 ans et 11 jours
D) 19 ans E) 20 ans et 52 jours

Les astronomes assyriens et leurs successeurs connaissaient cette période, appelée plus tard « cycle de Saros » ; cela permit à Thalès de prévoir la fameuse éclipse de Soleil du 28 mai 585 av. J.-C. qui décida de la paix conclue entre les Lydiens et les Mèdes.

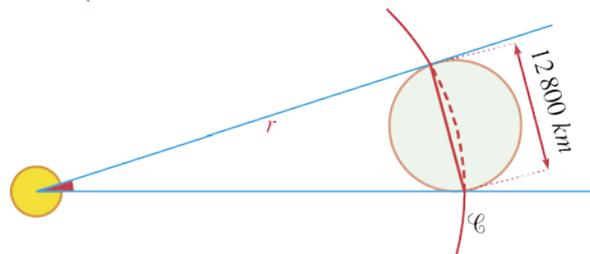
10. La distance Terre-Lune

Deux observateurs A et P, placés sur la surface de la Terre, voient chacun la Lune exactement à l'horizon. Ils peuvent être, par exemple, à Paris et à Auckland, en Nouvelle-Zélande. Précisément, A est à 210 km de l'antipode de P, et la mesure de l'angle a est 178° .



(Pour mieux voir les angles sur la figure, on a rapproché la Lune de la Terre.)

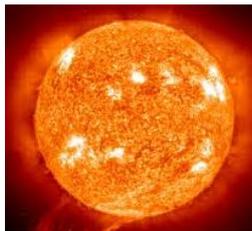
Sur l'orbite supposée circulaire de la Lune, l'angle b intercepte le diamètre de la Terre.



Quelle est la longueur de l'orbite lunaire, en millions de kilomètres ?

- A) 1,4 B) 2,3 C) 3,6 D) 14 E) 24

Question subsidiaire : Lune et Soleil



Début Janvier, la Terre est à 147 millions de km du Soleil (c'est alors qu'elle en est le plus près).

Début Juillet, la Terre est à 152 millions de km du Soleil (c'est alors qu'elle en est le plus loin).

Le diamètre du Soleil est de 1,4 million de km.



Selon qu'elle est la plus éloignée ou la plus rapprochée de la Terre, la Lune est environ à 407 000 km ou à 356 000 km.

Le diamètre de la Lune est d'environ 3500 km.

Appelons $S+$ et $S-$ les diamètres apparents du Soleil lorsqu'il est au plus loin et au plus près de la Terre ; et appelons $L+$ et $L-$ les diamètres apparents de la Lune lorsqu'elle est au plus loin et au plus près de la Terre.

Écrivez les 4 valeurs ($S+$, $S-$, $L+$, $L-$) dans l'ordre croissant : < < <

[On donne les résultats des multiplications suivantes :

$4070 \times 1,4 = 5698$ $3560 \times 1,4 = 4984$ $35 \times 147 = 5145$ $35 \times 152 = 5320$]

Le 27^{ème} jeu-concours KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES aura lieu le jeudi 16 mars 2017

dans les écoles, collèges et lycées.

Renseignements auprès des professeurs.

KANGOUROU - Questions MATHS-ASTRO

Eléments de Solutions et corrigés.

Collégiens

1. C

La lumière met 150 000 000 / 300 000 secondes (soit 500) pour nous parvenir.

Et 500 secondes = 8 minutes 20 secondes.

2. B

Si d est le diamètre du petit disque en cm, on a $d/60=3500/400000$; et donc $d=60 \times 35/4000$, soit environ $200/400$, égal à $1/2$, soit 0,5 en cm ou 5 en mm.

3.D

La Terre a un rayon d'environ 2 fois celui de Mars. Et si les dimensions d'un objet de l'espace sont multipliées par 2, sa surface est multipliée par 4 et son volume par 8.

4. D

$1/24 = d/(2\pi \times 60)$, d'où $d=5\pi$ qui vaut environ 16. En 1 heure le Soleil semble se déplacer de 16 cm, soit environ une largeur de main tendue à bout de bras.

5. E

Pour $n=7$, $2^n=128$ et $0,4+0,3 \times 2^n=38,8$ qui est assez loin de 30 !

6. D

En notant d la distance Sienna-Alexandrie en km, on a : $1/8 = d/6400$. D'où $d=800$ et, donc, 1 stade valait environ $800/5000$ en km, soit 160 m.

7. D

27255 est proche du cube de 30. En effet : $30 \times 30 \times 30=27000$.

8. D

140,608 est proche du carré de 12. En effet : $12 \times 12=144$.

9. C

Au bout de 6585,3 jours, c'est-à-dire 18 ans 11 jours et 8 heures (avec 4 années bissextiles durant les 18 ans), la Lune, la Terre et le Soleil se retrouvent exactement dans les mêmes positions relatives.

10. B

En notant c la circonférence, orbite de la Lune, on a (avec des calculs ici exacts) :

$360/2 = c/12800$, d'où $c=180 \times 12800$ en km, soit $1,8 \times 1,28$ en millions de km (c.à.d. 2,304).

[Et $2\,304\,000 / 2\pi = 366\,693$, qui serait la distance Terre-Lune au moment de l'observation.]

Question subsidiaire.

$L+ < S+ < S- < L-$