

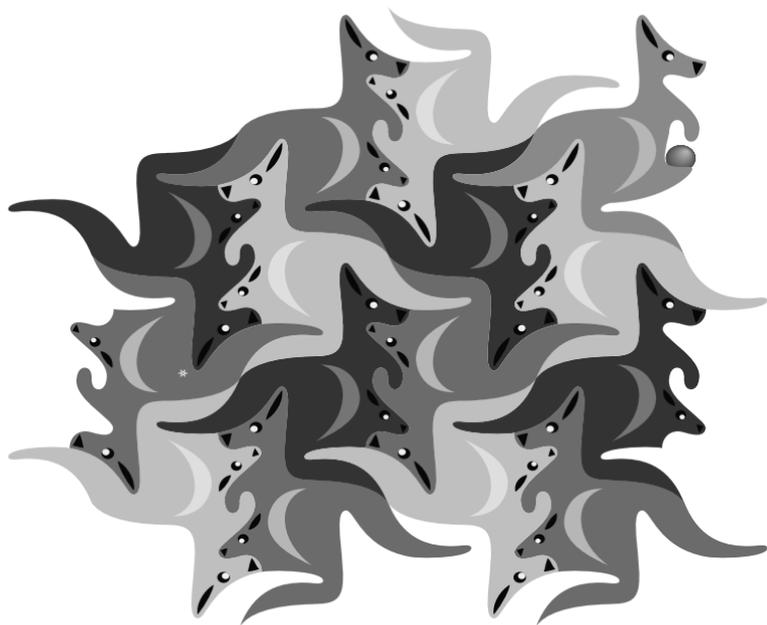
Questions-pièges du Kangourou 2016

— Lycées —

Dans les *annales du Kangourou 2016*, on trouve, à la fois, les sujets des collèges et lycées, leurs corrigés et des statistiques sur les réponses des élèves.

Ces statistiques sont significatives : elles portent sur 15 000 élèves de seconde et 9 000 élèves de première et terminale.

Pour certaines questions, la réponse la plus fréquente des élèves n'est pas la bonne ; ces questions méritent donc bien le nom de questions-pièges. En voici 9 avec leurs données statistiques sur les réponses des élèves...



Note : une question du Kangourou 2016 (question S7) a été proposée sur les réseaux sociaux ; nous avons apprécié que les données statistiques des milliers de réponses des e-participants soient parfaitement corrélées à celles des participants Kangourou.

J6 Mon petit frère Lucas, qui n'a pas encore appris la manière de noter les nombres négatifs, a inventé sa propre manière : en comptant de 1 en 1 en arrière, il écrit ... 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ... Avec la notation de Lucas, quel est le résultat de $000 + 0000$?

- A) 1 B) 00000 C) 000000 D) 0000000 E) 00000000

| | | | | | | | |
|------------------|------------------|---|-----|----------|-----------|-----|-------------|
| 2 0 1 6 | Question 6 | A | B | C | D | E | non réponse |
| | 2 ^{nde} | 6 | 6,2 | 28,2 | 53 | 2,4 | 4,2 |

Réponse **C**. 000 correspond à -2 . 0000 correspond à -3 . La somme de ces deux nombres vaut -5 , que Lucas écrit 000000 (avec un nombre de zéros égal à un de plus que la valeur absolue du nombre négatif).

S7 Combien d'entiers sont strictement compris entre 2015×2017 et 2016×2016 ?

- A) 0 B) 1 C) 2015 D) 2016 E) 2017

| | | | | | | | |
|------------------|--------------------|----------|-------------|-----|-----|-----|-------------|
| 2 0 1 6 | Question 7 | A | B | C | D | E | non réponse |
| | 1 ^{ère} S | 24,4 | 44,3 | 2,9 | 9,4 | 2,1 | 16,9 |
| | T ^{ale} S | 30,1 | 45,1 | 2,7 | 7,7 | 2,1 | 12,3 |

Réponse **A**. $2015 \times 2017 = (2016 - 1) \times (2016 + 1) = 2016^2 - 1$.
Donc 2015×2017 et 2016×2016 sont des entiers consécutifs et il n'y a pas d'entier strictement compris entre eux.

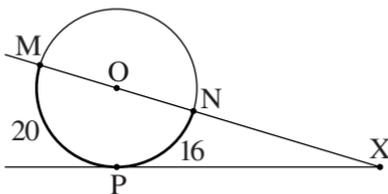
J8 On a : $8^k = 2^k \times 2^{12}$. Combien vaut k ?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

| | | | | | | | |
|------------------|------------------|---|------|----------|-----|------|-------------|
| 2 0 1 6 | Question 8 | A | B | C | D | E | non réponse |
| | 2 ^{nde} | 6 | 15,6 | 25,8 | 7,3 | 10,6 | 34,7 |

Réponse **C**. On a $\frac{8^k}{2^k} = 4^k$ et $2^{12} = (2^2)^6 = 4^6$. D'où $k = 6$.

S11 Sur la figure ci-contre la droite (XP) est tangente en P au cercle de centre O et de diamètre [MN].



Si les longueurs des arcs \widehat{MP} et \widehat{NP} sont respectivement 20 et 16, combien vaut l'angle \widehat{MXP} ?

- A) 10° B) 15° C) 18° D) 24° E) 30°

| Question 11 | A | B | C | D | E | non réponse |
|--------------------|------|-----|------|-----|-----|-------------|
| 1 ^{ère} S | 11,9 | 5,8 | 20 | 7,7 | 6,8 | 47,8 |
| T ^{ale} S | 13,4 | 5,5 | 20,6 | 6,7 | 5,8 | 48 |

Réponse **A**. Le rapport des angles \widehat{NOP} et \widehat{NOM} est égal au rapport des longueurs des arcs \widehat{NP} et \widehat{NM} . On a donc :

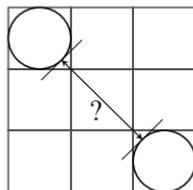
$$\widehat{NOP} = \frac{16}{20+16} \times 180^\circ = 16 \times 5^\circ = 80^\circ.$$

(XP) est tangente au cercle, d'où $\widehat{OPX} = 90^\circ$.

La somme des angles du triangle OPX valant 180° ; on a :

$$\widehat{NOP} + \widehat{OPX} + \widehat{MXP} = 180^\circ. \text{ D'où } \widehat{MXP} = 180^\circ - 80^\circ - 90^\circ = 10^\circ.$$

J12 On a divisé un carré de côté 3 en 9 carrés de côté 1. Deux cercles sont inscrits dans deux des carrés (voir figure).



Quelle est la distance entre les deux cercles ?

- A) $2\sqrt{2}-1$ B) 2 C) $\sqrt{2}+1$ D) $\sqrt{2}$ E) 3

| Question 12 | A | B | C | D | E | non réponse |
|------------------|------|-----|------|------|-----|-------------|
| 2 ^{nde} | 21,9 | 9,9 | 22,4 | 12,7 | 4,4 | 28,7 |

Réponse **A**. Le segment dont on cherche la longueur se compose d'une diagonale du carré central (de longueur $\sqrt{2}$) et de deux petits segments de même longueur. La somme des longueurs de ces deux petits segments s'obtient en ôtant un diamètre de cercle (1) à la diagonale d'un petit carré ($\sqrt{2}$).

Finalement la distance entre les deux cercles est $2\sqrt{2}-1$.

J15 Soient f une fonction linéaire et g une fonction affine telles que $f(2) = g(2) = 4$ et $f(3) = -g(3)$. Combien vaut $g(1)$?

- A) -10 B) -6 C) 6 D) 10 E) 14

| Question 15 | A | B | C | D | E | non réponse |
|------------------|-----|------|------|---|----------|-------------|
| 2 ^{nde} | 5,8 | 13,9 | 13,7 | 7 | 7,1 | 52,5 |

Réponse **E**. f est linéaire et $f(2) = 4$ donc $f(x) = 2x$.

En particulier $f(3) = 6$.

Alors : $g(3) = -6$.

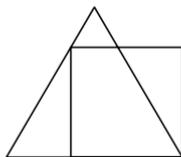
Et comme g est affine, $g(2) - g(1) = g(3) - g(2)$,

soit $g(1) = 2g(2) - g(3) = 8 + 6 = 14$.

On peut aussi trouver que $g(x) = -10x + 24$.

S17 La figure représente un triangle équilatéral et un carré dont trois sommets sont sur le triangle.

Si le périmètre du carré vaut 4, combien vaut le périmètre du triangle ?



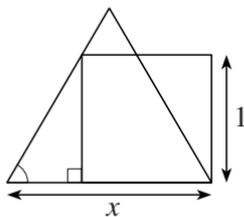
- A) 3 B) 4 C) $3 + \sqrt{2}$ D) $3 + \sqrt{3}$ E) $4 + \sqrt{3}$

| Question 17 | A | B | C | D | E | non réponse |
|--------------------|-----|-----|-----|----------|------|-------------|
| 1 ^{ère} S | 2,4 | 5,2 | 8 | 12,8 | 17,8 | 53,8 |
| T ^{ale} S | 1,9 | 4,3 | 7,2 | 13,5 | 18,3 | 54,8 |

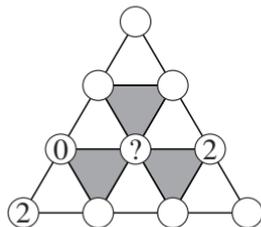
Réponse **D**. Le périmètre du carré étant 4, son côté est 1. Soit x le côté du triangle. L'angle du triangle équilatéral marqué sur la figure vaut 60° et on a :

$$\tan(60^\circ) = \frac{1}{x-1}. \text{ D'où } x-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$x = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Le périmètre du triangle est } 3x \text{ soit } 3 + \sqrt{3}.$$



S15 Sur chacun des dix sommets de la figure doit être écrit l'un des trois nombres 0, 1 ou 2. La somme des trois nombres aux sommets d'un triangle blanc doit être divisible par 3. La somme des trois nombres aux sommets d'un triangle gris ne doit pas être divisible par 3.



Avec les trois nombres déjà écrits, quel(s) nombre(s) peut-on écrire sur le point central ?

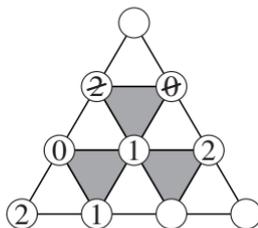
- A) seulement 0 B) seulement 1 C) seulement 2
 D) ou 0 ou 1 E) ou 0 ou 1 ou 2

| Question 15 | A | B | C | D | E | non réponse |
|--------------------|------|------|-----|-------------|-----|-------------|
| 1 ^{ère} S | 13,9 | 22,2 | 9,4 | 23,1 | 8,6 | 22,8 |
| T ^{ale} S | 16,5 | 20,6 | 7,9 | 23,4 | 7,5 | 24,1 |

Réponse A.

Le triangle blanc en bas à gauche se complète avec un 1.

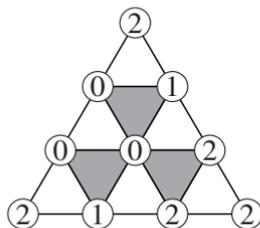
Alors le nombre central ne peut être que 1 ou 0 pour



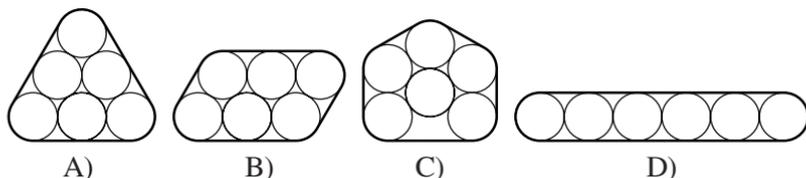
compléter correctement le triangle gris de gauche.

Si c'est 1, alors, d'après la propriété des triangles blancs, les nombres au-dessus doivent être 2 et 0 (voir figure). Mais alors le triangle gris du haut ne vérifie pas la condition voulue.

Le nombre central ne peut donc être que 0 et c'est possible comme indiqué sur la deuxième figure.



J17 Avec du gros ruban adhésif, Scot veut attacher ensemble 6 tuyaux de même diamètre. Il envisage de le faire selon l'une des quatre options montrées ci-dessous.



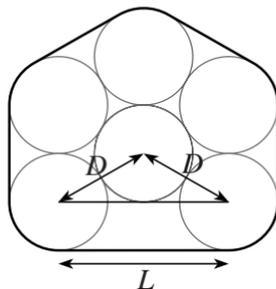
Quelle est celle qui utilise le moins de ruban adhésif ?

- A) A B) B C) C D) D
 E) plusieurs options utilisent le moins de ruban adhésif

| | | | | | | |
|------------------|----|------|------|-----|-------------|-------------|
| Question 17 | A | B | C | D | E | non réponse |
| 2 ^{nde} | 20 | 13,5 | 10,6 | 5,9 | 31,3 | 18,7 |

Réponse **C**. En notant D le diamètre des tuyaux et P leur périmètre et en sommant les longueurs de ruban (découpé, pour le calcul, aux points de tangence), on trouve les longueurs suivantes :

- pour A et B, $P + 6D$,
- pour C, $P + 4D + L$, avec $L < 2D$ (voir figure),
- pour D, $P + 10D$.



C'est donc l'option C qui utilise le moins de ruban.

Remarque : en entourant les tuyaux, pour chaque option, on tourne bien au total d'exactly un tour soit 360° . Les angles au centre pour les portions de rubans adhésifs sur les parties circulaires sont :

$120^\circ, 120^\circ$ et 120° (pour A), $120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ et 60° (pour B),
 $90^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ et 90° (pour C), 180° et 180° (pour D).

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris