KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

TROPHÉES 2025

Samedi 31 mai – Durée : 40 minutes

Solutions et Corrigés

B1 : C
Si on ne veut pas écrire d'équation, il faut essayer toutes les réponses proposées :
$28\times(0.20)+16\times 1=5,60+16=21,60$.
$28\times 1+16\times 1,80=28+28,80=56,80$.
$28\times(1.20)+16\times 2=33,60+32=65,60$.

B2 : D
Une tasse et demie d'eau pour une tasse de riz, cela équivaut à une tasse et demie plus la moitié d'une tasse et demie d'eau pour une tasse et demie de riz, soit $1+1/2+(1/2+1/4)$ ou $2+1/4$ tasses d'eau.

B3 : A
Les triangles blancs ont pour aires 1/4, 1/4 et 1/8 de celle du rectangle, soit 20, 20 et 10. L'aire grisée vaut donc $80–20–20–10$, soit 30.

B4 : B
À une symétrie près les nombres ne peuvent être disposés que comme ceci

```
   1
  6  4
3  2  5
```

et $1+3+5=9$.

B5 : D
Depuis 0h (ou 7h juste), à 7h36, l'aiguille des minutes (qui avance de 360° toutes les 60 minutes, soit de 6° toutes les minutes) a avancé de36×6, soit 216°.
Et l'aiguille des heures (qui avance de 30° toutes les heures, soit 1° toutes les 2 minutes), a avancé de $7\times 30° + 18°$, soit 228°. L'angle des deux aiguilles est donc de $228°–216°$, soit 12°.

B6 : C
Il y a 4 solutions avec 3 et 1 1 1, selon la place du 3.
Il y a 6 solutions avec 2 2 et 1 1, selon la place des deux 2 parmi 4.
Au total, 10 solutions

B7 : B
Si la base de l'ancien triangle a augmenté de 50%, l'aire du nouveau triangle a été multipliée par 3/2 ; puis, si sa base a diminué d'1 tiers, l'aire a été multipliée par 2/3. Au total, elle a donc été multipliée par $(3/2)\times(2/3)$, soit 1.

B8 : C
Si a, b, c, d, e, sont les diamètres de chaque cercle, les demi-cercles ont pour périmètres $a\pi/2$, $b\pi/2$, $c\pi/2$, $d\pi/2$, $e\pi/2$. Leur somme est $(a+b+c+d+e)\ \pi/2$; avec la ligne des diamètres, le périmètre de la figure est $(a+b+c+d+e)+ (a+b+c+d+e)\ \pi/2$, soit $10+5\pi$.

B9 : B
Il faut 9 chiffres pour écrire les nombres à 1 chiffre, de 1 à 9.
Il faut 90 fois 2, soit 180 chiffres pour écrire les nombres à 2 chiffres.
La première occurrence de 999 est quand on écrit 899 puis 900 ; de 100 à 899, Dolorès a écrit 800 nombres à 3 chiffres puis elle écrit le « 9 » de 900, soit 2401 chiffres.
Au total 9+180+2401, soit 2590 chiffres.

C1 : E
Les longueurs des 7 pièces successives sont 10, 10, 20, 30, 30, 30, 30 cm, soit au total 160 cm.
Le périmètre de la planche initiale était donc de 10+160+10+160 cm, soit 3,40 mètres.

C2 : E
180 bonbons à ses 10 petits-enfants, cela pourrait faire 18 bonbons par enfant. Anna qui en a le plus, en a donc au moins 19. Comme chacun a un nombre différent, les nombres pourraient être alors 19, 18, 17, ...car il faut en donner 180. Le minimum pour Anna est 23 de manière à donner 22, 21,20, 19, 13, 17, 16, 15 et 14, aux autres enfants.
Si le minimum pour Anna était de 22, la somme maximale serait 175, inférieure à 180. Le minimum est donc 23.

C3 : B
Il y a 3 cubes ayant seulement une face peinte : à gauche, à droite et en dessous du cube vu au centre.

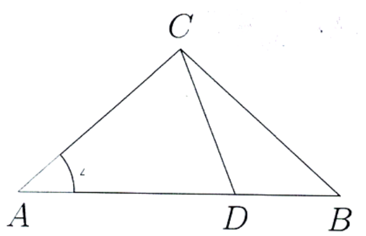
C4 : C

1ABCDE
× 3
ABCDE1

On trouve successivement : 7×3=21 donc E=7 ;
je retiens 2 et il faut que D+2 finisse par 7, donc D×3=n5 et D=5 (n valant 0 ou 1) ;
je retiens 1 et il faut que C+1 finisse par 4, donc C×3=n4 et C=8 ;
je retiens 2 et il faut que B+2 finisse par 8, donc B×3=n6 et B=2 ;
il faut que A finisse par 2, donc A×3=n2 et A=4 ;
je retiens 1 et 1×3+1 vaut bien A=4.
Et 7+5+8+2+4=26.

C5 : A
À la fin chacun a 288/3, soit 96 billes chacun.
Juste avant, le nombre de billes de Sabine a doublé : elle en avait donc 48.

C6 : C
ACB est isocèle en C ; l'angle en B vaut donc 38°
ACD est isocèle en A ; les angles en C et D valent chacun (180–38)/2, soit 71°.
L'angle en D de CBD vaut donc 180–71, soit 109°.
L'angle en C de CBD vaut donc 180–38–109, soit 33°.



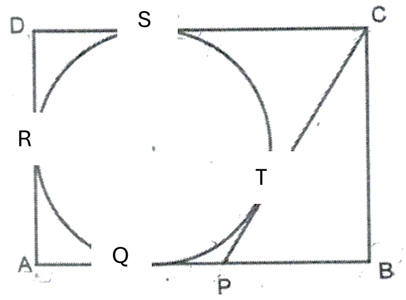
C7 : D
180=2×2×3×3×5
Le plus grand nombre possible commence donc par 9, puis 5, puis 4 ; et on ajoute 1 pour faire 4 chiffres ; le plus grand nombre de 4 chiffres dont le produit des chiffres vaut 180 est donc 9541. Et la somme de ses chiffres est 9+5+4+1, soit 19.

C8 : E

44/19 = a + 1/(b+1/c)

b+1/c > 1 ; donc a=2. Et alors b+1/c = 19/6= 3+1/6. D'où b=3 et c=6. Et abc=2×3×6=36.

C9 : A



On a AQ=AR=DR=2 ; et BQ=CT=CS=4 ; posons PQ=PT=d.

On a $(d+4)^2=BC^2+BP^2 =16+(4–d)^2$.

8d+16=16+16–8d.

16d=16. Doù d=1.

AP=AQ+QP=3 et PB=QB–QP=3. On a AP=PB et AP/PB=1.

J1 : D

2+3+5+6+7= 23

En ajoutant la case centrale on doit avoir deux fois la somme d'une rangée, donc un nombre pair.

La case centrale ne peut être qu'un impair donc 3 ou 7.

En essayant les deux on trouve

  6
5 7 3
  2   et 7 est au centre

J2 : C

$2^3 = 8$ $3^3= 27$ $4^3 = 64$ $5^3 = 125$ $6^3 = 216$

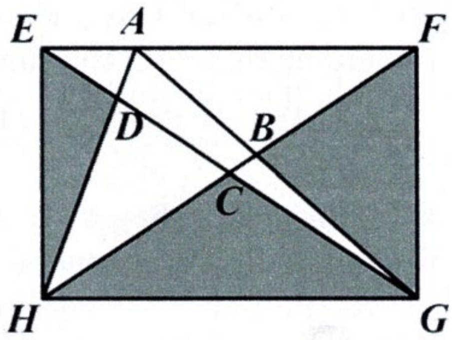
8 + 27 + 64 = 99.

27 + 64 + 125 = 216. Donc x=3.

J3 : D

En partant de la case 1 vers les cases suivantes, 2, 3, 4, 5, 6, 7, on trouve successivement le nombre de chemins de la case 1 vers cette case 7 : 1 2 3 5 8 13.

J4 : B



Les triangles EDH et ADG ont même aire (théorème du papillon). La moitié de l'aire du rectangle augmentée de l'aire de ABCD ont donc une aire (égale à la partie grisée) de 120.

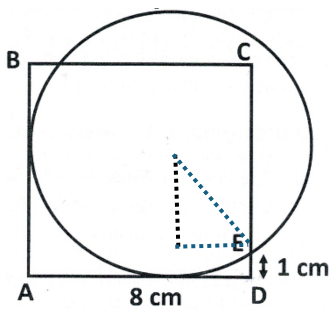
L'aire de ABCD vaut donc 120–18×12/2, soit 12.

J5 : A

1408= 11×2×2×2×2×2×2×2.

Un enfant doit avoir 11 ans. Si, alors, le plus agé a 16 ans, le plus jeune a 8 ans. Et 16+8+11=35

J6 : B



Pythagore dans le triangle en pointillés :

$R^2 = (R–1)^2 + (8–R)^2$

$0 = –2R+1+64–16R+R^2$

$R^2–18R+65 = 0$

Si on ne voit pas les 2 racines 13 et 5, il suffit d'essayer les réponses proposées et on voit que 5 est racine : 25-90+65=0.

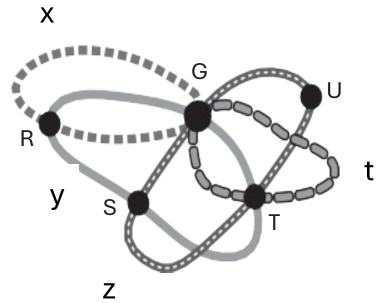
J7 : B

Appelons x, y, z, t le nombre fois où le chauffeur a effectué les trajets : GRG, GRSTG, GSTUG, GTG. L'énoncé dit :

x+y=7 y+z=8 y+z+t=10 x+y+z+t=12.

On en déduit x=2 z=3 y=5 t=2.

Le trajet GSTUG a été emprunté 3 fois.



J8 : D

On va voir que les coordonnées du puits (x1,y1), du rocher (x2,y2), de l'arbre (x3,y3) et de la mare (x4,y4) peuvent être interchangées. En effet, partons du puits en M1, on arrive à (M1+M2)/2, puis en (M1+M2)/2+((M3–(M1+M2)/2)/3, soit (M1+M2+M3)/3, puis en ((M1+M2+M3)/3 +((M4–M1+M2+M3)/3)/4, soit (M1+M2+M3+M4)/4), qui est bien symétrique en M1,M2,M3,M4.

En remplaçant Mi par (xi, yi), on obtient pour coordonnées (0+2+4+6)/4 et (1+5+2+4)/4, soit (3,3).

J9 : C

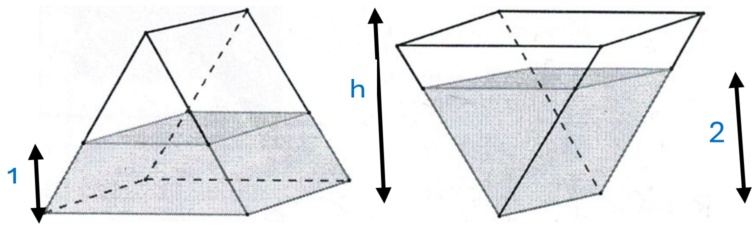
Prenons, comme unité de longueur, la hauteur de l'eau à gauche et appelons h la hauteur du triangle équilatéral de la base du prisme.

Le volume d'eau ou d'air dans un prisme à base triangulaire équilatérale est proportionnel au carré de la hauteur de cette base.

En écrivant l'égalité des volumes d'eau à droite et à gauche, on a donc $2^2=h^2-(h-1)^2$.

On a donc 2h-1=4 d'où h=5/2=2,5 pour une hauteur d'eau de 2. Le taux de remplissage est donc de $(2/2{,}5)^2$, égal à $(4/5)^2$, soit 16/25.

Le volume d'eau du récipient est alors 2025×16/25=81×16=1296.



Questions subsidiaires

B

Entre le 30 Mai 1431 et le 30 mai 1789, il s'est passé (1789–1431)×365, soit 130670 jours non bissextils, moins les 10 jours de 1582 :130660 ; plus 90 jours bissextils (entre 1432 et 1788, soit (1788-1432)/4+1=90 , moins 1 (en 1700) ; au total 130749. (Un jour « bissextil » est un 29 février.)

Entre le 30 mai 1789 et le 14 juillet 1789, il s'est passé 1+30+14,soit 45 jours.

Cela fait 130794 jours.

C

Entre le 30 Mai 1431 et le 30 mai 1945, il s'est passé (1945–1431)×365, soit 187610 jours non bissextils, moins les 10 jours de 1582 :187600 ; plus 129 jours bissextils (entre 1432 et 1944, soit (1944–1432)/4+1=129, moins 3 (en 1700, 1800 et 1900) ; au total 187726.

Entre le 8 mai 1945 et le 30 mai, il a eu 22 jours de moins.

Cela fait 187704 jours.

J

Entre le 25 décembre 800 et le 25 décembre 1944, il s'est passé (1944–800)×365, soit 417560 jours non bissextils, moins les 10 jours de 1582 : 417550 ; plus 286 jours bissextils, entre 804 et 1944, soit (1944-804)/4+1=286, moins 3 (en 1700, 1800 et 1900) ; au total 417833.

Entre le 25 décembre 1944 et le 8 mai 1945, il s'est passé 6+31+28+31+30+8, soit 134 jours.

Cela fait 417967 jours.