Solutions du Kangourou de Midi 2004

1.C. Jules est parti un lundi. S'il faisait le tour du monde en 1 jour il reviendrait le mardi, en 2 jours le mercredi, en 3 jours le jeudi, en 4 jours le vendredi, en 5 jours le samedi, en 6 jours le dimanche, en 7 jours le lundi… en 14 jours un lundi, en 21 jours un lundi … et en 77 jours un lundi, en 78 jours un mardi, en 79 jours un mercredi, en 80 jours un **jeudi**.

2.B. En classant les nombres inférieurs à cent, par ordre alphabétique de leur écriture, on trouve dans la dernière dizaine les nombres commençant par « vingt » (du 91$^{\text{ième}}$ au 100$^{\text{ième}}$). Le 91$^{\text{ième}}$ est donc « **vingt** ».

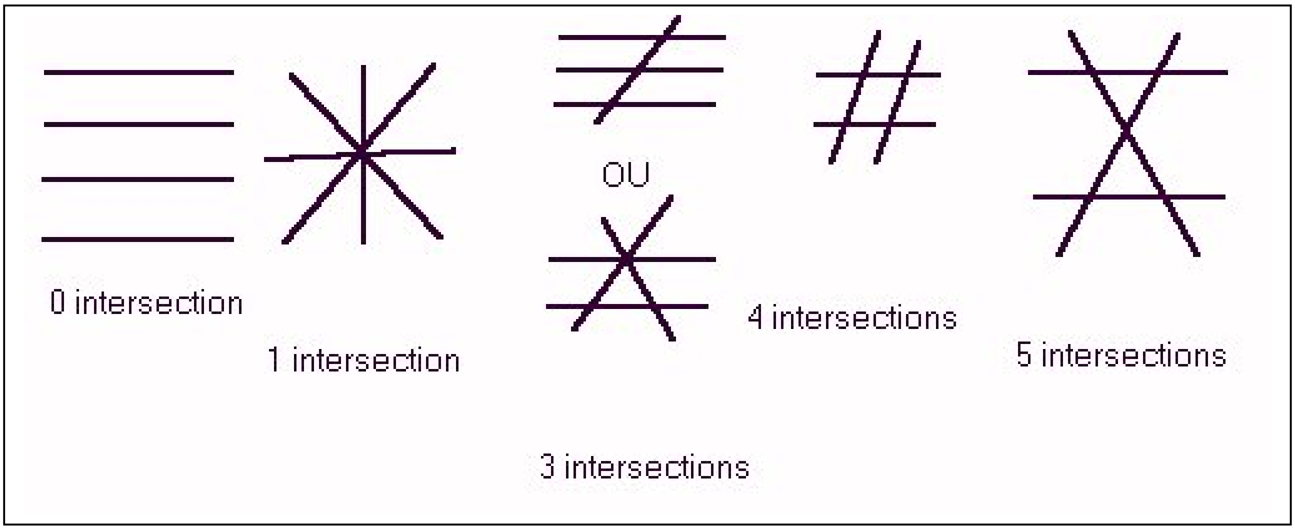
3.E. De la gauche vers la droite on a successivement : couverture, dernière page du T1, première page du T1, couverture, couverture, dernière page du T2, première page du T2, couverture, couverture, dernière page du T3, première page du T3, couverture. Donc entre la première page du T1 et la dernière du T3, il y a : « couverture, couverture, dernière page du T2, première page du T2, couverture, couverture » soit une épaisseur en centimètre de 0,5 + 0,5 + 8 + 0,5 +0,5 = **10**.

4.D. On vérifie que **61** est une solution et que les autres propositions ne correspondent pas.
86 + 1 = 87 n'est pas un multiple de 2.
85 + 4 = 89 n'est pas un multiple de 5.
76 + 1 = 77 n'est pas un multiple de 2.
51 + 2 = 53 n'est pas un multiple de 3.
Et 61 + 1 = 62 est un multiple de 2,
61 + 2 = 63 est un multiple de 3,
61 + 3 = 64 est un multiple de 4,
61 + 4 = 65 est un multiple de 5.

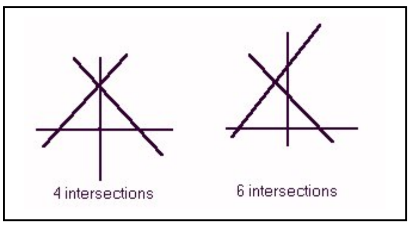
5.D. Vitesse du premier prof : $\frac{60\times 32}{80}=24$ copies à l'heure. Vitesse du second prof : 32 copies à l'heure.

Ensemble, ils « font » donc 56 copies à l'heure. Pour 84 copies, il leur faudra donc $\frac{84\times 60}{56}=90$ minutes, soit **1h30**.

6.B. Voici des exemples illustrant les cas que l'on peut obtenir :



Si l'on veut considérer tous les cas possibles : avec 4 droites parallèles (1 cas de figure), avec 3 droites parallèles (1 cas de figure), avec 2 droites parallèles et 2 sécantes (2 cas de figures : 3 ou 5 intersections), avec 2 couples de droites parallèles (1 cas de figure), avec 4 droites sécantes (3 cas de figures : 1, 4 ou 6 intersections).
On ne peut pas obtenir 2 intersections et deux seulement.



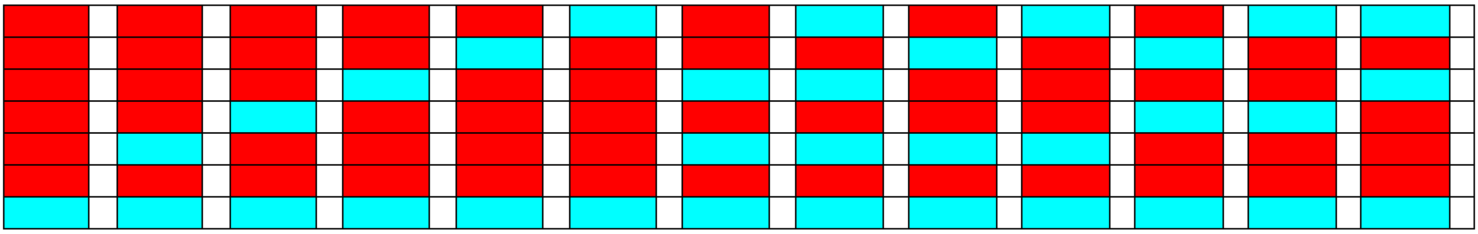
7.D. On vérifie que **119** est une solution et que les autres propositions ne correspondent pas ou sont supérieures à 119.
77 – 4 = 73 n'est pas divisible par 5.
91 – 2 = 89 n'est pas divisible par 3.
105 –2 = 103 n'est pas divisible par 3.

Par contre :
119 – 1 = 118 et 118 est divisible par 2 (59×2 =118)
119 – 2 = 117 et 117 est divisible par 3 (39×3 =117)
119 – 3 = 116 et 116 est divisible par 4 (29×4 =116)
119 – 4 = 115 et 115 est divisible par 5 (23×5 =115)
119 – 5 = 114 et 114 est divisible par 6 (19×6 =114)
119 est divisible par 7 (119 = 7×17)
(539 vérifie les conditions de divisibilité, mais on demande le nombre minimum et 119 < 539.)
Et 119 est bien le nombre minimum vérifiant les conditions générales du problème.

8.B. Six réductions à 10% produisent un document réduit à : 0,9 x 0,9 x 0,9 x 0,9 x 0,9 x 0,9 ≈ 0,53 Soit 47% de réduction.
Une réduction à 50% et à 20% produisent un document réduit à : 0,5 x 0,8 = 0,4 Soit 40%, c'est la bonne réponse.
Deux réductions à 30 % produisent un document réduit à : 0,7 x 0,7 = 0,14 Soit 86% de réduction.
Deux réductions à 20 % produisent un document réduit à : 0,8 x 0,8 = 0,64 Soit 36% de réduction.

9.B. Avec 14 comme coefficient pour la troisième épreuve, les scores de chaque élève seront :
Pour E : 12 + 12 +(12 x 14) = 192
Pour F : 18 + 11 + (11 x 14) = 183
Pour G : 4 + 6 + (13 x 14) = 192.
Avec **15** comme coefficient pour la troisième épreuve, les scores de chaque élève seront :
Pour E : 12 + 12 +(12 x 15) = 204
Pour F : 18 + 11 + (11 x 15) = 194
Pour G : 4 + 6 + (13 x 15) = 205.

10.D. 1ère méthode, dessiner toutes les possibilités et les compter :



2ème méthode trouver une règle générale de construction.
Si l'immeuble avait **1 étage**, il n'y aurait que **1** solution : l'étage est rouge.
Si l'immeuble avait **2 étages**, il n'y aurait que **2** solutions : 1er étage rouge (encore) et le second soit bleu soit rouge.
Si l'immeuble avait **3 étages**, il n'y aurait que **3** solutions : 1er étage rouge (encore) et (le 2e B et le 3e rouge) ou (le 2e R et le 3e R).
Supposons que l'on ait construit tous les immeubles à *n*–2 étages et à *n*–1 étages. Nous allons en déduire le nombre d'immeubles à *n* étages. Appelons A2 les immeubles à *n*–2 étages dont le dernier est bleu, et B2 ceux dont le dernier est rouge. Appelons A1 les immeubles à *n*–1 étages dont le dernier est bleu, et B1 ceux dont le dernier est rouge. Appelons A les immeubles à *n* étages dont le dernier est bleu, et B ceux dont le dernier est rouge. On cherche A + B sachant que l'on connaît (A1+B1) et (A2+B2). Comme il n'y a pas 2 étages bleus qui se suivent on a : A = B1 et B = A1 + B1. De même : A1 = B2 et B1 = A2 +B2.
D'où A + B = B1 + (A1 + B1) = (A2 + B2) + (A1 + B1).
Autrement dit, pour savoir combien on peut construire d'immeubles à *n* étages sachant combien il y en a à *n*–2 et à *n*–1 il suffit d'additionner les deux nombres d'immeubles à *n*–2 étages et à *n*–1 étages.
Comme à 1 étage il y en a 1 et à 2 étages 2, il y en aura 1+2=3 à 3 étages. Comme à 2 étages il y en a 2 et à 3 étages 3, il y en aura 2+3=5 à 4 étages. Comme à 3 étages il y en a 3 et à 4 étages 5, il y en aura 3+5=8 à 5 étages. Et comme à 4 étage il y en a 5 et à 5 étages 8, il y en aura 5+8=**13** à 6 étages. On obtient ainsi la suite (dite de « Fibonacci ») : 1, 2, 3, 5, 8, **13**, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946…