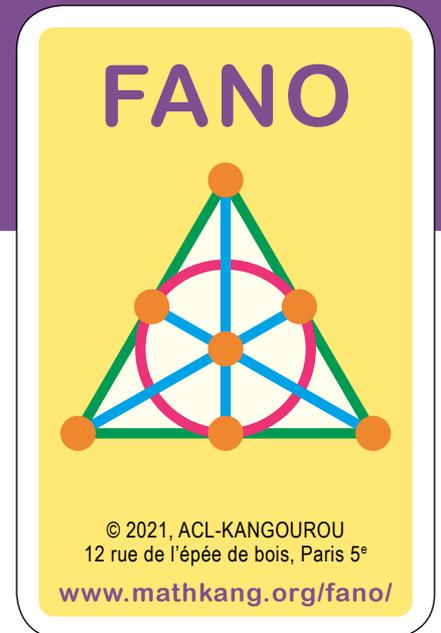


Les JEUX FANO

Document d'accompagnement



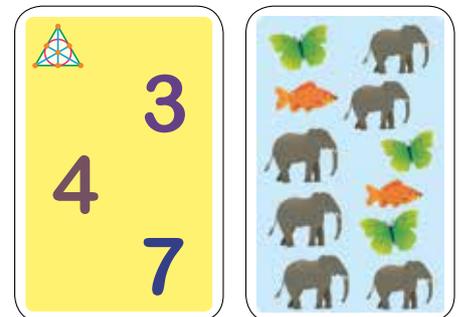
Chaque élève ayant participé au jeu Koala 2021 reçoit 33 cartes, constituant 2 jeux FANO et leurs règles :

- l'un des jeux a 7 cartes, il est très simple et permet de bien comprendre le principe du jeu ;
- l'autre a 21 cartes, il propose des additions et des soustractions avec des nombres entre 1 et 25.

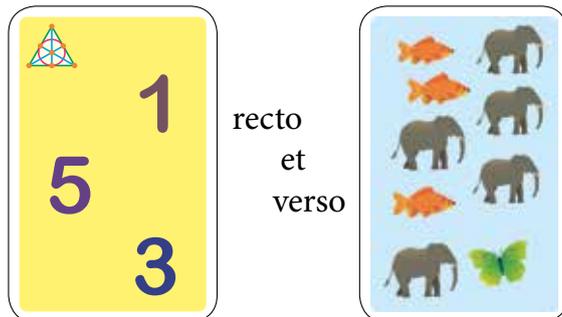
Le principe des jeux FANO

Dans les jeux de cartes FANO distribués, les faces de deux cartes n'ont en commun qu'un seul et même nombre. Par exemple, si le recto d'une carte et le verso d'une autre sont ceux représentés ci-contre, il n'y a que le nombre 3 qui soit écrit sur l'une et représenté sur l'autre (3 papillons).

Les jeux FANO sont ainsi nommés par l'équipe Koala-Kangourou, en mémoire du mathématicien italien Gino Fano. Voir page 2.



Le jeu FANO de 7 cartes (une face fond jaune, l'autre fond bleu)

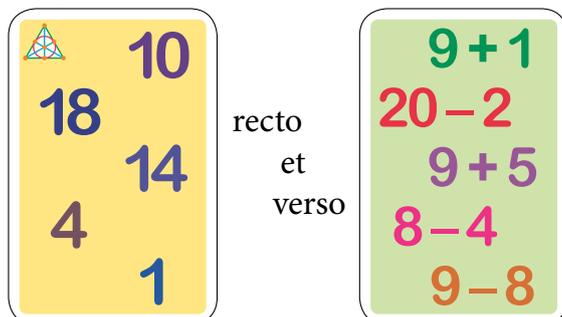


recto
et
verso

Ce jeu montre sur chaque carte :

- ... au recto, trois nombres entre 1 et 7 ;
- ... au verso, les mêmes nombres sont représentés par des animaux, par exemple : 1 (papillon), 3 (poissons) et 5 (éléphants).

Le jeu FANO de 21 cartes (une face fond jaune, l'autre fond vert)



recto
et
verso

Ce jeu montre sur chaque carte :

- ... au recto, 5 nombres entre 1 et 21 ;
- ... au verso, les mêmes nombres sont 5 résultats d'addition ou de soustraction.

Trois règles du jeu sont indiquées sur trois des cartes : les règles 1 (pour le jeu de 7 cartes) et 1bis (pour celui de 21 cartes) n'obligent pas chaque joueur à avoir son propre jeu.

Par contre, avec la règle 2, chaque joueur doit avoir son jeu de 21 cartes.

Nous vous conseillons d'inciter les élèves à jouer par deux ou par groupes, ou encore chez eux avec leurs ami(e)s ou parent(e)s.

Règle du jeu 1 • FANO

2 à 6 joueurs + un meneur de jeu avec un seul jeu de 7 cartes

1. Les cartes du jeu sont empilées, face animaux dessus.
2. Le meneur de jeu retourne la carte du dessus du tas et la pose à côté, face jaune visible.
3. Le premier joueur qui annonce le nombre écrit et représenté*, à la fois, sur les deux cartes visibles prend, si c'est exact, la carte jaune. S'il s'est trompé, il ne peut plus rien annoncer à ce tour et passera le tour le suivant. Un autre joueur peut annoncer un autre nombre.

* Voir la carte **EXEMPLES**.

4. Le gagnant de cette manche est celui qui a obtenu le plus de cartes. (On peut décider de faire plusieurs manches en notant les scores de chaque manche.)

Règle du jeu 1bis • FANO

2 à 6 joueurs, avec un seul jeu de 21 cartes

1. Les cartes du jeu sont empilées, face verte dessus. Le meneur de jeu retourne la carte du dessus et la pose à côté, face jaune visible.
2. Le premier joueur qui annonce le nombre écrit et représenté*, à la fois, sur les deux cartes visibles, *empoché* la carte jaune.

S'il s'est trompé, il rend une de ses cartes (s'il en a). Le meneur la replace dans le tas ainsi que la carte jaune (faces vertes dessus comme les autres).

* Voir la carte **EXEMPLES**.

3. Le meneur de jeu retourne la carte suivante. La partie se termine quand il ne reste qu'une carte.
4. Le gagnant de la partie est celui qui a *empoché* le plus de cartes.

Règle du jeu 2 • FANO

2 à 8 joueurs + un meneur de jeu, chacun ayant son jeu de 21 cartes

1. Les cartes de chaque joueur sont empilées face verte dessus. Le meneur de jeu tient ses cartes ; à chaque tour, il en montre une, face jaune visible.

2. Le joueur qui reconnaît sur la carte du meneur un résultat de sa carte visible, annonce ce nombre à haute voix.

• Si c'est exact, il *empoché* la carte montrée et la garde face jaune visible.

• S'il s'est trompé, il passera le tour suivant. Le meneur remet dans son tas la carte qui était montrée.

3. Le meneur de jeu demande aux joueurs de mettre sous leur paquet la carte qui était dessus, et montre la carte suivante.

suite au dos

4. Le jeu se termine quand le meneur de jeu n'a plus de carte.

5. Il récupère alors les cartes *empochées* par chaque joueur (face jaune visible), en les comptant. Le gagnant de la partie est celui qui en avait *empoché* le plus.

EXEMPLES



7 CARTES

Ici, le nombre écrit et représenté, à la fois, sur les deux cartes est « 3 » : il y a 3 sur la carte face jaune et 3 papillons sur la carte face animaux.



Ici, le nombre écrit et représenté, à la fois, sur les deux cartes est « 2 » : il y a 2 sur la carte face jaune et 2 éléphants sur la carte face animaux.

EXEMPLE



21 CARTE

Ici, le nombre écrit et représenté, à la fois, sur les deux cartes est « 6 ».

En effet, sur la carte face jaune, il y a les nombres 1, 6, 11, 16 et 21.

Sur la carte face verte, on a, dans l'ordre,

$$\begin{aligned} 19-1 &= 18, \\ 8+1 &= 9, \\ 2+3 &= 5, \\ 3+3 &= 6, \\ 10-8 &= 2. \end{aligned}$$

Le nombre commun aux deux cartes est bien 6.

Note : formellement, on peut jouer indifféremment avec chaque côté de chaque carte ; mais l'intérêt du jeu n'est pas le même. Par exemple, pour les experts, on peut jouer avec la règle 2, en ne montrant que les cartes-opérations.

Info : si deux jeux de 21 cartes ont été mélangés par mégarde, on peut les reconstituer grâce aux nombres en haut à droite ; ce sont les nombres de 1 à 21.

Un peu d'histoire et de mathématiques (pour les parents et les enseignants)...

Le mathématicien italien Gino Fano (1871-1952) a étudié les ensembles de *points* dans lesquels on peut distinguer des sous-ensembles, appelés *droites*, ayant les propriétés suivantes :

- il y a autant de *points* que de *droites* ;
- 2 *droites* distinctes ont un et un seul *point* en commun ;
- 2 *points* distincts appartiennent à une et une seule *droite*.

On reconnaît, à ce vocabulaire, qu'il s'agit de géométrie, mais de géométrie *finie*.

Un tel ensemble s'appelle un *plan de Fano* (ou *plan projectif fini*). On montre que, si chaque *droite* contient n *points*, chaque *point* appartient à n *droites*.

Dans un tel plan, un *point* étant choisi, n *droites* passent par ce *point*, chacune contenant $n-1$ autres *points*. Cela fait $1 + n(n-1)$ *points*. Un plan de Fano peut donc avoir $n(n-1) + 1$ *points*, c'est-à-dire, pour n entre 2 et 6 : 3, 7, 13, 21, 31 *points*... et autant de *droites*. Le nombre $n-1$ est appelé ordre de ce plan.

Pour un k donné, il n'existe pas forcément de plan projectif fini d'ordre k . Par exemple, on a montré qu'il n'en existe ni d'ordre 6 ni d'ordre 10. Mais, on est sûr qu'il en existe d'ordre égal à n'importe quelle puissance de nombre premier. Gino Fano avait fait, pour un plan d'ordre 2, le dessin que nous avons pris comme logo du FANO. Dans ce dessin, chaque *droite* a 3 *points* et chaque *point* appartient à 3 *droites*, et il y a 7 *points* et 7 *droites* (une des *droites* y est dessinée comme un cercle).

Comment fabriquer d'autres jeux FANO de 7 cartes ?

1. Choisissez une correspondance entre 2 listes de 7 éléments chacune. Une liste fera les rectos, l'autre les versos. Par exemple dans le jeu proposé par le Koala : les nombres de 1 à 7 sont au recto et des nombres d'animaux sont au verso.

2. Utilisez le grand dessin à 7 cases de cette page.

3. Marquez les éléments de la première liste dans chacune des cases comme sur le dessin de droite.

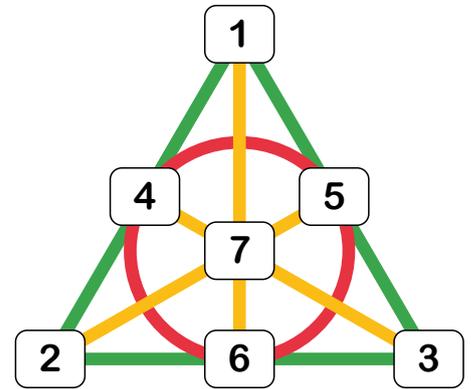
4. Chaque recto de carte correspond alors à une ligne (droite ou cercle) du dessin.

Par exemple, pour les cartes du jeu distribué, nous avons choisi les 7 rectos :

(1, 4, 2), (1, 5, 3), (1, 7, 6), (4, 5, 6), (2, 7, 5), (4, 7, 3) et (2, 6, 3).

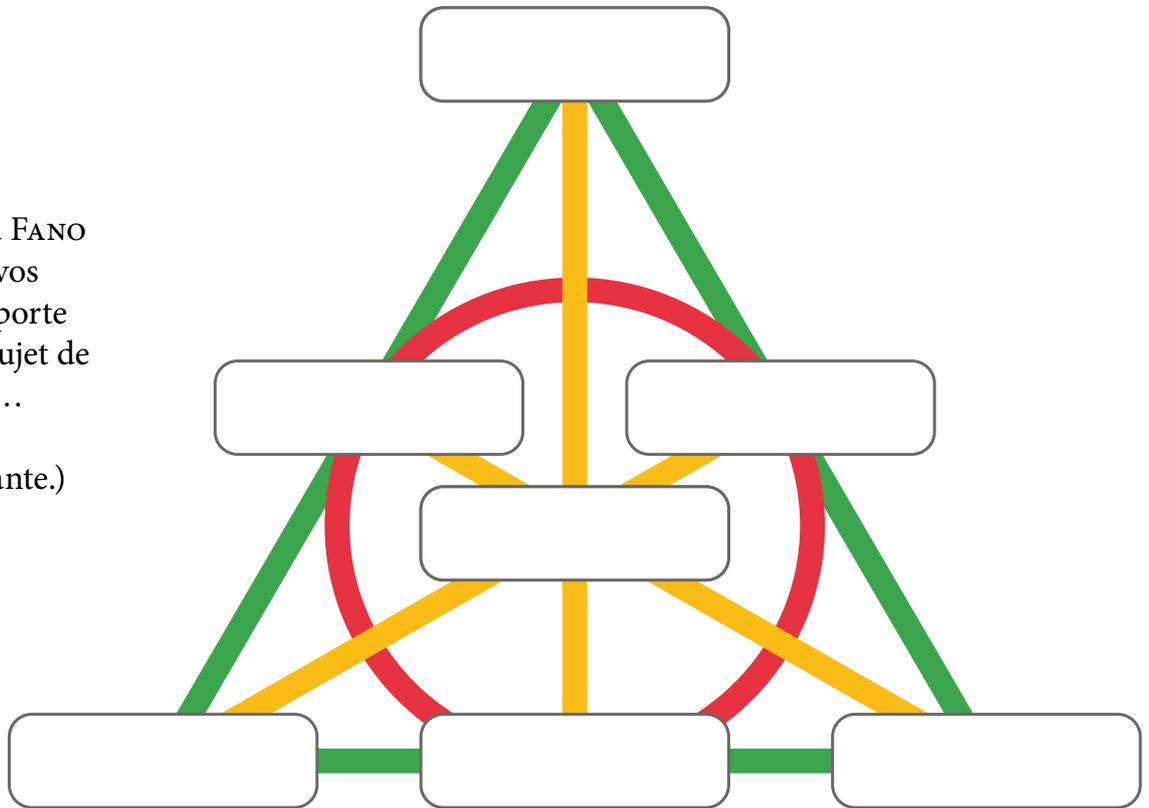
Remarquez que vous pouvez placer les éléments que vous voulez dans les cases que vous voulez.

5. Pour les versos, marquez sur chaque carte les correspondants des trois éléments placés au recto.



Vous pouvez (photo)copier ce schéma et le compléter, pour fabriquer un jeu FANO à 7 cartes pour vos élèves, sur n'importe quel thème ou sujet de votre invention...

(Voir page suivante.)



Dans les jeux FANO distribués, les *droites* sont les *cartes* et les *points* sont les *nombres écrits ou représentés sur chaque carte*.

Par exemple, dans le jeu de 7 cartes, chaque carte contient 3 nombres et chaque nombre est représenté sur 3 cartes. Dans le jeu de 13 cartes, chaque carte contient 4 nombres et chaque nombre est représenté sur 4 cartes. Et dans le jeu de 21 cartes, chaque carte contient 5 nombres et chaque nombre est représenté sur 5 cartes.

Le jeu commercialisé sous le nom de *Dobble* serait un vrai jeu FANO s'il avait 57 cartes ($n=8$) : chaque carte montre 8 objets et chaque objet est représenté sur (6, 7 ou) 8 cartes. Mais il n'a que 55 cartes ! Il manque donc 2 cartes !

Ainsi, on peut toujours enlever (ou perdre !) un nombre quelconque de cartes d'un jeu FANO complet. Cela n'empêche pas de jouer avec les mêmes règles !

- Par exemple, vous pouvez fabriquer, pour vos élèves, un jeu FANO pour s'amuser avec les noms des nombres en anglais !

Liste des rectos : 1 2 3 4 5 6 7

Liste des versos : One Two Three Four Five Six Seven

Marquez donc, sur le recto de 7 cartes, les mêmes nombres que sur le FANO de 7 cartes distribué.

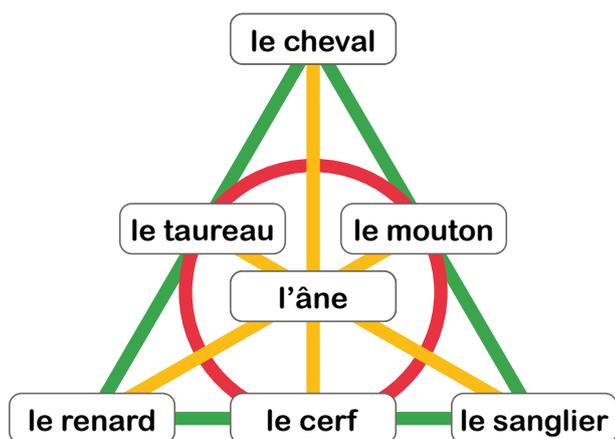
Puis marquez, au verso, les noms en anglais des nombres correspondants, comme sur le tableau suivant, où les cartes sont indiquées en colonne :

recto	1 4 2	1 5 3	1 7 6	4 5 6	2 7 5	4 7 3	2 6 3
verso	Four One Two	Three Five One	One Six Seven	Five Six Four	Two Seven Five	Seven Three Four	Three Six Two

À vous, et à eux, de jouer !

- Toutes les disciplines peuvent faire l'objet de jeux FANO spécifiques !

Ainsi, pour s'amuser avec les cris des animaux, vous pourriez fabriquer un jeu FANO de 7 cartes en remplissant le schéma suivant...



...et en inscrivant, sur les cartes, les mots correspondant au tableau suivant...

recto	le cheval l'âne le cerf	le taureau le cheval le renard	le mouton le sanglier le cheval	l'âne le taureau le sanglier	le renard l'âne le mouton	le cerf le renard le sanglier	le taureau le cerf le mouton
verso	hennit braie brame	beugle hennit glapit	bêle grommelle hennit	braie beugle grommelle	glapit braie bêle	brame glapit grommelle	beugle brame bêle

Remarque: des jeux mathématiques et pédagogiques « FANO » (de 21 ou 31 cartes) ont été commercialisés par la société *Cat's family* sous le nom de *Détective Mathéo*.

Vous trouverez d'autres informations sur www.mathkang.org/fano/
et, en particulier, comment fabriquer d'autres jeux FANO :
jeux de 13 cartes (à 4 choses par carte) & jeux de 21 cartes (à 5 choses par carte).



Koala des mathématiques & Kangourou des mathématiques

www.mathkang.org

