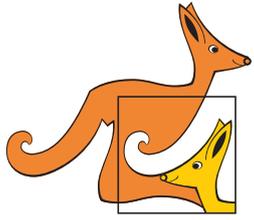


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2023 — Durée : 50 minutes

Sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés par niveau : 1^{ère} (spéc. math.), T^{ale} (spéc. math.), Étudiants (Bac+).**

1 Combien vaut $\frac{77^2}{55 \times 22}$?

- A) 1 B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{49}{10}$ D) $\frac{77}{110}$ E) 49

2 Combien vaut $2023 - 2^{10}$?

- A) 25 B) 999 C) 1023 D) 1511 E) 2003

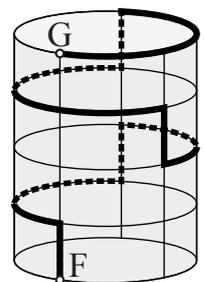
3 Julie a obtenu un total de 19 points en lançant cinq fois un dé standard. Combien de « 6 » au maximum peut-elle avoir obtenus ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4 Une fourmi parcourt une boîte cylindrique de hauteur 15 cm dont le périmètre de la base circulaire est 30 cm. Son chemin est en traits épais sur la figure (continus ou pointillés selon que la fourmi est devant ou derrière) : elle va du point F au point G soit verticalement en montant soit horizontalement en suivant un arc de cercle autour de la boîte.

Quelle est la longueur du chemin de la fourmi de F à G ?

- A) 45 cm B) 55 cm C) 60 cm D) 65 cm E) 75 cm

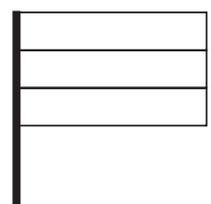


5 Combien d'entiers positifs ont exactement trois diviseurs distincts, les diviseurs étant 1, 2 et l'entier lui-même ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6 Emma colorie le drapeau à trois bandes ci-contre. Elle veut que chaque bande soit d'une seule couleur et que deux bandes adjacentes soient de couleurs différentes. De combien de manière peut-elle le faire si elle dispose de quatre couleurs ?

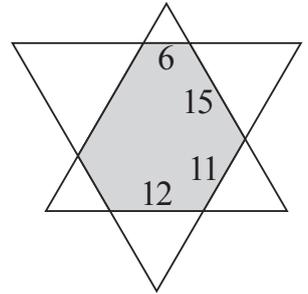
- A) 24 B) 27 C) 32 D) 36 E) 64



- 7 Combien de couples d'entiers strictement positifs (x, y) vérifient l'égalité $x + 2y = 2^{10}$?
 A) $2^9 - 1$ B) 2^9 C) $2^9 + 1$ D) $2^9 + 2$ E) 0

- 8 Sachant que 5 est solution de l'équation $(x+1)^4 - 34(x+1)^2 - 72 = 0$, lequel des nombres proposés ci-dessous est aussi solution de cette équation ?
 A) 13 B) 9 C) 3 D) -5 E) -7

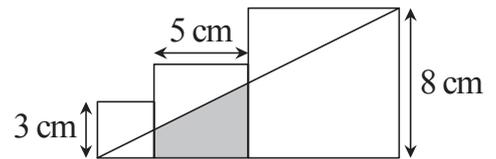
- 9 Deux triangles équilatéraux ont été tracés pour former un hexagone ayant ses côtés opposés parallèles. Sur la figure, l'hexagone est grisé et les longueurs de quatre de ses côtés sont indiquées. Quel est le périmètre de l'hexagone ?
 A) 64 B) 66 C) 68
 D) 70 E) 72



- 10 Quel est le chiffre des unités du produit $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

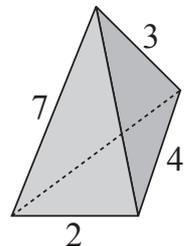
- 11 Les trois carrés de la figure ont des côtés mesurant 3 cm, 5 cm et 8 cm. Quelle est l'aire, en cm^2 , du trapèze grisé ?

- A) 13 B) $\frac{55}{4}$ C) $\frac{61}{4}$ D) $\frac{65}{4}$ E) $\frac{69}{4}$

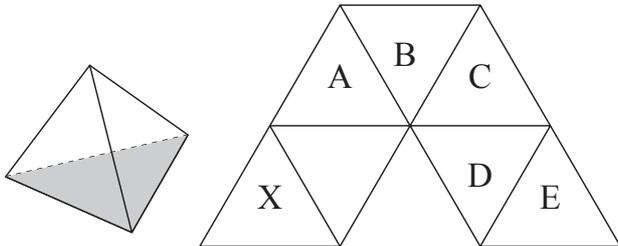


- 12 Sofia a décidé d'économiser l'eau. Elle a réduit d'un tiers la durée de ses douches. En baissant la pression de l'eau, elle a aussi réduit d'un quart le débit de l'eau à la sortie du pommeau. De quel pourcentage Sofia a-t-elle ainsi réduit le volume d'eau qu'elle utilise pour se doucher ?
 A) de 30 % B) de 35 % C) de 40 % D) de 45 % E) de 50 %

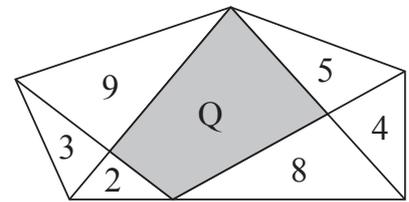
- 13 Un tétraèdre a des arêtes dont les longueurs sont des nombres entiers. Quatre de ces longueurs sont indiquées sur la figure. Quelle est la somme des longueurs des deux autres arêtes ?
 A) 9 B) 10 C) 11
 D) 12 E) 13



- 14 Rappel : $N!$ est le produit de tous les entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à N . On a l'égalité $K! = 6! \times 7!$ pour un certain entier K . Quelle est la somme des chiffres de K ?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 8 E) 9

- 15** Les représentations graphiques des fonctions $f : x \mapsto x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 3$ ont toutes un point commun quelle que soit la valeur de a . Quelle est la somme des deux coordonnées de ce point ?
 A) 2 B) 3 C) 8 D) 9
 E) un autre nombre que les quatre donnés ci-dessus
- 16** m_1, m_2, m_3, m_4 et m_5 sont cinq nombres dont la somme vaut S .
 Pour tout $k, 1 \leq k \leq 5$, on sait que $m_k = k + S$.
 Combien vaut S ?
 A) $\frac{15}{4}$ B) $-\frac{15}{4}$ C) -15 D) 15
 E) un autre nombre que les quatre donnés ci-dessus
- 17** À un test, 90 % des participants ont bien orthographié le mot *wallaby*, 80 % ont bien orthographié *échidné* et 70 % ont bien orthographié *ornithorynque*. Quel est le pourcentage minimal de participants ayant bien orthographié les trois mots ?
 A) 30 % B) 40 % C) 50 % D) 60 % E) 70 %
- 18** Combien de couples d'entiers $(m; n)$ vérifient l'inégalité $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
- 19** n étant un entier naturel non nul, quel est le plus grand diviseur commun de tous les nombres de la forme $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$?
 A) 2^93^3 B) $2^33^35^3$ C) $2^63^35^3$ D) $2^83^25^3$ E) $2^93^35^3$
- 20** Un pion a la forme d'un tétraèdre régulier avec une face verte et les autres blanches. La face verte est posée sur la case X du plateau de jeu représenté ci-contre. Le pion bascule alors d'une case triangulaire à l'autre en tournant autour d'une de ses arêtes. Sur quelle case sera le pion quand, pour la première fois, il sera de nouveau posé sur sa face verte ?
 A) A B) B C) C D) D E) E
- 
- 21** Au cinéma, une rangée de 23 sièges est occupée uniquement par des koalas et des kangourous, un animal par siège. Chaque animal, koala ou kangourou, a au moins un kangourou assis à côté de lui. Combien, au maximum, peut-il y avoir de koalas dans cette rangée ?
 A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

- 22 Un pentagone est découpé en plusieurs parties polygonales. Sur la figure, chaque nombre indique l'aire du triangle à l'intérieur duquel il est écrit. Quelle est l'aire Q du quadrilatère grisé ?

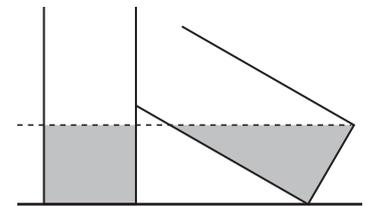


- A) 15 B) $\frac{31}{2}$ C) 16 D) 17 E) 18

- 23 Dans une compétition d'escalade, 13 grimpeurs ont trois épreuves à effectuer. Le score de chaque grimpeur est le produit de ses classements dans chacune des trois épreuves. Par exemple, si un grimpeur est 4^e, 3^e et 10^e, alors son score est $4 \times 3 \times 10$, soit 120. Le classement final de la compétition suit l'ordre croissant des scores, le gagnant étant celui dont le score est le plus petit. On sait uniquement que Mélissa a terminé 1^{re} dans deux des épreuves. Quelle est la moins bonne place possible pour Mélissa dans le classement final ?

- A) 2^e B) 3^e C) 4^e D) 5^e E) 6^e

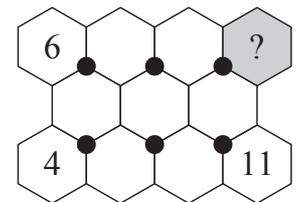
- 24 Deux réservoirs cylindriques, de rayon 1 m, contiennent le même volume d'eau. L'un repose sur sa base, l'autre est penché de manière à ce que l'eau atteigne juste le point le plus haut de sa base. Et, il se trouve que le niveau de l'eau est alors le même pour les deux réservoirs. Quel volume d'eau, en m³, contient chaque réservoir ?



- A) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ B) π C) $\sqrt{3}\pi$ D) 3π E) c'est impossible à déterminer sans autre information

Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25 Dans chacun des hexagones, on écrit un nombre de 1 à 11. Tous les nombres doivent être différents et la somme des trois nombres autour de chacun des six points noirs doit toujours être la même. Trois nombres sont déjà placés. Quel nombre doit être placé dans l'hexagone grisé ?



- 26 Le produit de six entiers positifs consécutifs est un nombre à 12 chiffres de la forme $abb\ cdd\ cdd\ abb$ où les chiffres a, b, c, d , sont eux-mêmes, dans un certain ordre, quatre nombres consécutifs. Quelle est la valeur de c ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »

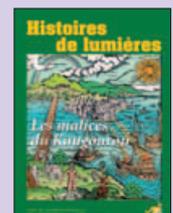


Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org