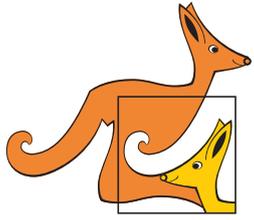


# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

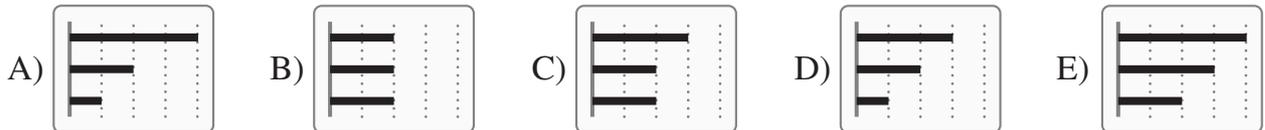
**Jeu-concours 2022 — Durée : 50 minutes**

## Sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
  - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
  - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés par niveau : 1<sup>ère</sup> (spéc. math.), T<sup>ale</sup> (spéc. math.), Étudiants (Bac+).**

1 Quelle est la somme des chiffres du nombre  $10^{2022} + 10^{22}$  ?  
A) 1                      B) 2                      C) 8                      D) 9                      E) 10

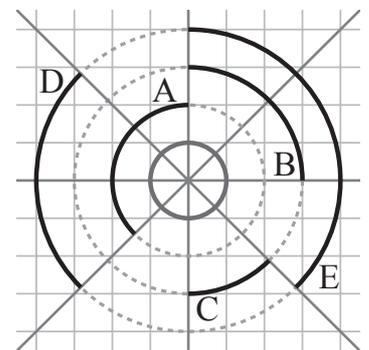
2 Sur le smartphone de Jeanne, un diagramme montre le temps passé par semaine sur les 3 navigateurs qu'elle utilise. La semaine dernière, elle a passé la moitié du temps sur un seul navigateur. Quelle image peut représenter le diagramme de la semaine dernière ?



3 Le produit des chiffres d'un nombre entier de 10 chiffres est 15. Quelle est la somme des chiffres de cet entier ?  
A) 8                      B) 12                      C) 15                      D) 16                      E) 20

4 J'ai quatre kangourous. Bobby est plus âgé que Zina et plus jeune que Lily. Si Tom est plus âgé que Bobby, lesquels peuvent avoir le même âge ?  
A) Zina et Tom    B) Tom et Lily    C) Lily et Zina    D) Bobby et Lily    E) Tom et Bobby

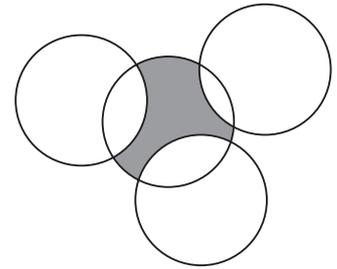
5 S'appuyant sur deux axes perpendiculaires et leurs bissectrices, on a tracé cinq arcs de cercle. Lequel a la même longueur que le petit cercle central ?  
A) A                      B) B                      C) C                      D) D                      E) E



6 Combien de nombres réels sont solutions de l'équation  $(x-2)^2 + (x+2)^2 = 0$  ?  
A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

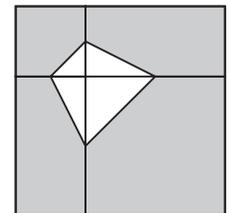
- 7** On écrit dans l'ordre tous les entiers de 2 à 2022 dont les seuls chiffres sont des 0 ou des 2. Quel nombre est au milieu de la liste ?  
 A) 200                      B) 220                      C) 222                      D) 2000                      E) 2002

- 8** Quatre cercles de rayon 1 se coupent comme sur la figure. Si  $w$  est le périmètre de la région grisée, quelle inégalité ou égalité est vraie ?  
 A)  $w < \pi$                       B)  $w = \pi$                       C)  $\pi < w < \frac{3\pi}{2}$   
 D)  $\frac{3\pi}{2} < w < 2\pi$                       E)  $w = 2\pi$



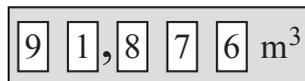
- 9**  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois nombres réels non nuls. On sait que  $-2a^4b^3c^2$  et  $3a^3b^5c^4$  sont de même signe. Laquelle des affirmations ci-dessous est sûrement vraie ?  
 A)  $ab > 0$                       B)  $b < 0$                       C)  $c > 0$                       D)  $bc > 0$                       E)  $a < 0$

- 10** La figure montre un grand carré partagé en deux carrés et deux rectangles. Les sommets du quadrilatère blanc sont les milieux des côtés communs aux carrés et aux rectangles. Si l'aire du quadrilatère blanc est 3, quelle est l'aire de la partie grisée ?  
 A) 12                      B) 15                      C) 18                      D) 21                      E) 24



- 11** Les points H, U, G et O sont marqués sur une droite dans cet ordre. Deux longueurs sont connues :  $HG = 12$  cm et  $UO = 18$  cm. Quelle est la distance entre le milieu de [HU] et celui de [GO] ?  
 A) 15 cm                      B) 12 cm                      C) 18 cm                      D) 16 cm                      E) 9 cm

- 12** En regardant son compteur d'eau, Mathéo remarque que les cinq chiffres sont différents :



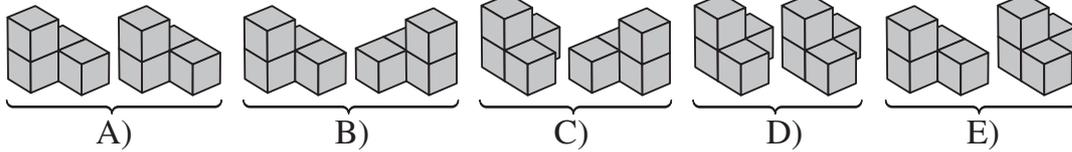
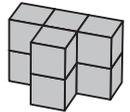
Quel volume d'eau sera consommé jusqu'à la prochaine fois où les cinq chiffres du compteur seront de nouveau différents ?

- A)  $0,006 \text{ m}^3$                       B)  $0,034 \text{ m}^3$                       C)  $0,086 \text{ m}^3$                       D)  $0,137 \text{ m}^3$                       E)  $0,425 \text{ m}^3$

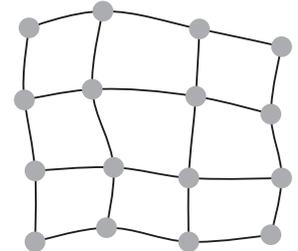
- 13** Cinq éléphants ont pour moyenne d'âge 24 ans. La moyenne des trois plus jeunes est 19 ; la moyenne des trois plus âgés est 28. Quel âge a l'éléphant ayant l'âge médian ?  
 A) 20                      B) 21                      C) 22                      D) 23                      E) 24

- 14** Quel est le plus grand commun diviseur de  $2^{2021} + 2^{2022}$  et  $3^{2021} + 3^{2022}$  ?  
 A)  $2^{2021}$                       B) 1                      C) 2                      D) 6                      E) 12

**15** Avec laquelle des paires de pièces ci-dessous peut-on réaliser l'assemblage ci-contre de 8 petits cubes ?



**16** La carte montre une région où 16 villes sont reliées par des routes. Des centrales vont être construites dans certaines villes. Une centrale fournira la ville où elle est implantée et les villes voisines (c'est-à-dire directement reliées par un seul tronçon de route). Quel est le nombre minimum de centrales à construire pour desservir toutes les villes ?

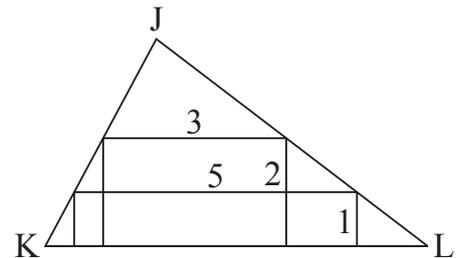


- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**17** Viviane participe à un tournoi de tennis qui rassemble huit joueurs. Elle sait qu'elle va battre tous les autres sauf Merlin qui est invincible. On tire au sort les paires qui se rencontrent au premier tour. On tire de nouveau au sort, parmi les vainqueurs du premier tour, les paires qui se rencontrent au second tour. Les vainqueurs du second tour jouent la finale. Quelle est la probabilité que Viviane arrive en finale ?

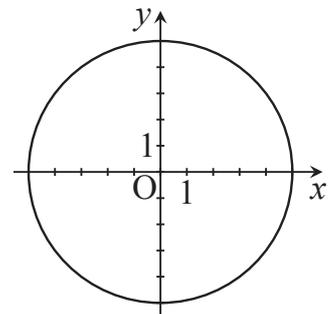
- A)  $\frac{9}{16}$       B)  $\frac{3}{7}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{3}{8}$       E)  $\frac{4}{7}$

**18** Deux rectangles sont inscrits dans un triangle JKL comme le montre la figure. Si les dimensions des rectangles sont  $1 \times 5$  et  $2 \times 3$ , combien mesure la hauteur issue de J du triangle JKL ?



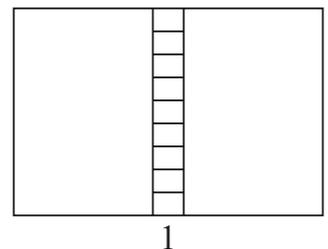
- A) 3      B)  $\frac{7}{2}$       C)  $\frac{8}{3}$       D)  $\frac{10}{3}$       E)  $\frac{15}{4}$

**19** Dans un repère orthonormé, un cercle de centre l'origine O a pour rayon 5. Combien de points de ce cercle ont leurs deux coordonnées qui sont des entiers relatifs ?



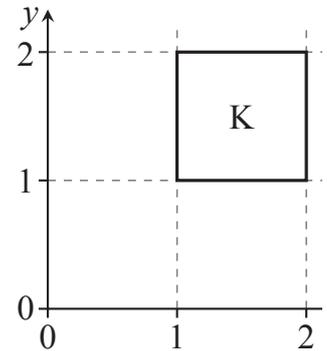
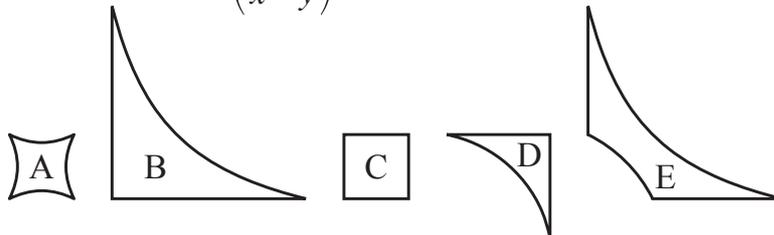
- A) 5      B) 8      C) 12  
D) 16      E) 20

**20** Un grand rectangle est divisé en 11 rectangles. La figure montre l'agencement des rectangles et leurs orientations. Le rapport longueur/largeur de chacun des 11 rectangles est le même que celui du grand rectangle. Si la longueur d'un des rectangles les plus petits est 1, quel est le périmètre du grand rectangle ?



- A) 22      B) 24      C) 27      D) 30      E) 36

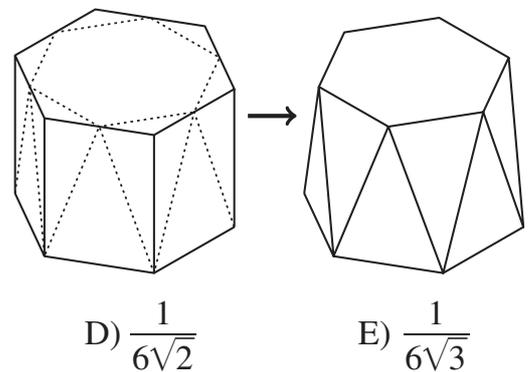
- 21 Le plan étant muni d'un repère orthonormé, soit le carré K ci-contre. Chaque point de coordonnées  $(x; y)$  du carré K est déplacé au point de coordonnées  $(\frac{1}{x}; \frac{1}{y})$ . Quelle est la forme de la figure obtenue ?



- 22 Combien d'entiers positifs à 3 chiffres sont égaux à 5 fois le produit de leurs chiffres?  
A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

- 23 La suite de réels  $(u_n)$  est telle que  $0 < u_1 < 1$  et, pour tout  $n \geq 1$ ,  $u_{2n} = u_2 u_n + 1$ ,  $u_{2n+1} = u_2 u_n - 2$ . Sachant que  $u_7 = 2$ , combien vaut  $u_2$  ?  
A)  $u_2 = u_1$               B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

- 24 On coupe les coins supérieurs d'un prisme droit à base hexagonale régulière. La face du dessus du solide est alors un hexagone dont les sommets sont les milieux des côtés de l'hexagone de départ. Et les faces latérales sont 12 triangles isocèles (de deux sortes). Quelle fraction du volume du prisme a été perdue dans ce découpage ?



- A)  $\frac{1}{12}$                       B)  $\frac{1}{6}$                       C)  $\frac{1}{4\sqrt{3}}$                       D)  $\frac{1}{6\sqrt{2}}$                       E)  $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

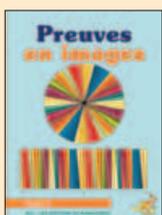
Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25 À partir de 1, on écrit tous les nombres entiers à la suite : 123456789101112...  
Quel sera le 12345<sup>e</sup> chiffre écrit ?

- 26 Au stade municipal, une tribune rectangulaire est constituée de sièges formant un rectangle de  $r$  rangées et  $c$  colonnes. Il y a 9 spectateurs en vert par rangée et 4 spectateurs en jaune par colonne. Les autres sièges, il y en a 19, sont vides. Sachant que la différence entre les nombres de spectateurs en vert et en jaune est inférieure à 10, quelle est cette différence ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.  
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques

