

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant (hors années de pandémie) et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 80 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques, qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2021 - Corrigé du sujet « P »

1. Réponse D. 2021 (« deux mille vingt et un ») s'écrit avec les cinq mêmes mots que 21002 (« vingt et un mille deux »).

2. Réponse B. Seule la représentation B montre une décroissance, puis une croissance, puis une décroissance à la fin.

3. Réponse D. C'est le symbole du Cancer qui a un centre de symétrie (qui est le centre du cercle).

4. Réponse A. Pour les vases B, C et E qui ont un plan de symétrie horizontal, le demi-litre d'eau arrive à mi-hauteur. Pour le D, de plus en plus étroit, l'eau n'atteint pas la mi-hauteur. Et pour le A, de plus en plus large, l'eau dépasse la mi-hauteur.

5. Réponse B. Pour les trois chemins, la somme des longueurs non horizontales est la même, égale à un côté du triangle. L'ordre des longueurs est donc déterminé par la somme des longueurs des segments horizontaux. Par comparaison, on a : $P < R < Q$.

6. Réponse A. 600 secondes font 10 minutes et 1200 secondes font 20 minutes. Donc, parmi les ordres de grandeur proposés, c'est le quart d'heure qui est le plus proche de 1000 secondes.

7. Réponse B. Sur une roue, les 10 numéros, de 0 à 9, sont dans l'ordre, donc deux numéros diamétralement opposés ont une différence de 5. On a $6 - 5 = \underline{1}$, $3 + 5 = \underline{8}$, $4 + 5 = \underline{9}$ et $8 - 5 = \underline{3}$.
Le code du cadenas est donc 1893.

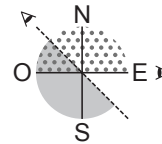
8. Réponse E. C'est E qui montre le symétrique. (Pour exclure A, B, C et D, on peut remarquer que la barre du bas du L doit rester du côté du O et que le S devient 2.)

9. Réponse D. Chaque pavé obtenu a deux faces carrées d' 1 cm^2 (une face du cube initial et la face opposée créée par la découpe) et 4 demi-faces de cube. Cela fait une aire totale de $(2 \times 1) + (4 \times 0,5)$, soit 4 cm^2 .

10. Réponse C. Soit x l'âge de la bassiste. On a (somme des âges des 6 membres) : $3x + 19 + 20 + 21 = 21 \times 6$. D'où $3x - 3 = 21 \times 3$ et $x = 22$.

11. Réponse A. La figure ci-contre est centrée sur le pied de l'obélisque.

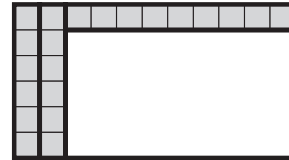
Vu du Nord-Ouest, la pointe, à droite du pied, est dans la partie grisée. Vu de l'Est, la pointe, à droite du pied, est dans la partie pointée.



Seule l'image A montre la pointe dans le secteur commun aux deux zones.

12. Réponse D. Les deux premières bandes enlevées, qui totalisent 12 carrés, sont donc de 6 carrés chacune.

Comme on peut enlever alors une bande de 9 carrés c'est que la largeur de la tablette est de 6 carrés et la longueur de $9 + 2$ soit 11 carrés.



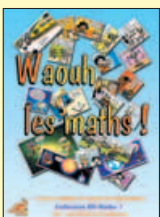
Il reste un rectangle de 9 carrés sur 5 et donc 45 carrés de chocolat.

13. Réponse D. La hauteur du petit bloc de devant est $48 - 32$ soit 16 m. Et donc la hauteur de la plus petite échelle est $36 - 16$ soit 20 m.

14. Réponse C. On cherche n tel que $n - \frac{1}{10} = \frac{n}{10}$. Et donc $n = \frac{1}{9}$.

15. Réponse B. Après 3 coups, les trois tasses sont toutes retournées. Après 6 coups, elles sont toutes à l'endroit. Après 9 coups, elles sont toutes retournées. Et après le 10^e coup, elles seront donc disposées comme en B : deux retournées et une à l'endroit à droite.

16. Réponse D. Si l'un des trois nombres était 0, alors le résultat de la multiplication serait 0 aussi. Et toutes les additions possibles (sans le nombre 0) sont : $1 + 2 + 7$; $1 + 3 + 6$; $1 + 4 + 5$; $2 + 3 + 5$. Les résultats des quatre multiplications correspondantes sont, dans l'ordre : 14, 18, 20 et 30. C'est 24 qui ne peut pas être le résultat de la multiplication des trois nombres.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Livres, jeux, affiches, objets mathématiques et logiques

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

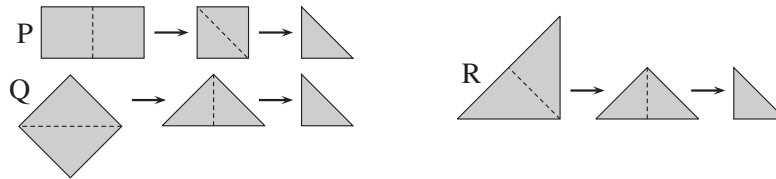


17. Réponse A. La balle au sommet de la pyramide porte un A. Les 3 balles juste en dessous portent B, C et E. Une des balles de la base porte donc un A et c'est celle marquée du point d'interrogation.

Remarque : en disposant les vues comme ci-contre, on visualise mieux les boules qui sont à la fois sur deux vues.

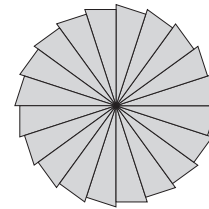


18. Réponse E. Chacun des trois morceaux P, Q et R peut être le morceau de départ. Voici comment ils peuvent être pliés :



19. Réponse E. Le dessin E n'est pas possible car Tak commençant à jouer c'est Tik qui finit et alors l'une des piles, au moins, doit avoir un jeton noir en haut. Des jeux possibles pour les autres dessins sont :
 A : B1 N1 B2 N1 B2 N2 B2 N1, B : B1 N2 B1 N1 B2 N2 B2 N1
 C : B1 N2 B2 N1 B2 N1 B1 N2, D : B1 N2 B2 N1 B1 N2 B1 N2
 (B1 comme « Blanc pile 1 », ... , N2 comme « Noir pile 2 »).

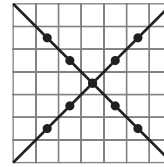
20. Réponse D. Au centre de l'étoile, l'angle d'un triangle mesure $360 \div 5$, soit 72° .
 Le petit angle aigu d'un triangle rectangle mesure donc $90 - 72$, soit 18° . Et $360 \div 18 = 20$.
 On juxtapose donc 20 triangles en réunissant les sommets des plus petits angles.



21. Réponse C. Si au lieu de parcourir les trois chemins directs (qui ajoutés font un tour), on fait les trois détours (qui ajoutés font au total deux tours), alors on parcourt $1 + 5 + 7$ soit 13 km de plus. Le tour fait donc 13 km. Alors, le chemin EL et son détour faisant 13 km, on a $EL + (EL + 1) = 13$, d'où $EL = 6$. On a aussi $EO + (EO + 5) = 13$ d'où $EO = 4$. Et $LO + (LO + 7) = 13$ d'où $LO = 3$. La longueur du chemin direct le plus court, Lahaut-Omilyeux, est 3 km.

22. Réponse A. Pour avoir le moins de chiffres possible, il faut que le nombre N ait le plus possible de 9. Comme $2021 = (9 \times 224) + 5$, $N = 5999 \dots 999$ (où 9 est écrit 224 fois).
 Alors $N + 2021$, égal à $(N + 1) + 2020$, s'écrit 600...002020 (avec uniquement des zéros à la place des points). La somme des chiffres de $N + 2021$ est donc $6 + 2 + 2$, soit 10.

23. Réponse B. Les 8 petits cubes aux sommets du grand cube auront trois faces avec un trait rouge. Les autres cubes avec trait(s) rouge(s) n'auront qu'une seule face avec du rouge ; il y en a 9 pour chacune des faces du grand cube (voir dessin ci-contre). Au total, $8 + (9 \times 6)$ petits cubes porteront un trait rouge (au moins), soit 62 petits cubes.



24. Réponse A. Les équipes W et Y doivent se rencontrer mais l'une ou l'autre a déjà un match contre une autre équipe pour chacun des tours 2, 3, 4 et 5. Elles se rencontrent donc au tour 1. Et le 3^e match du tour 1 est donc le match X-Z. En continuant, on trouve la seule manière de choisir les 3 matchs des 5 tours (voir le tableau ici entièrement complété).

1	2	3	4	5
U-V	W-X	U-Y	Y-Z	U-W
W-Y	U-Z	V-X	U-X	V-Z
X-Z	V-Y	W-Z	V-W	X-Y

25. Réponse 7. Une addition satisfaisant les conditions est :

$$\begin{array}{r}
 777 \\
 + 577 \\
 + 557 \\
 + 55 \\
 + 55 \\
 \hline
 2021
 \end{array}$$

Montrons que pour toute addition satisfaisant les conditions, il y a 6 chiffres « 7 » et 7 chiffres « 5 » :

- Pour avoir 1 en unité dans la somme, la seule manière de choisir les unités des 5 nombres additionnés est d'avoir trois « 7 » et deux « 5 ».

- On a alors une retenue de 3 pour les dizaines. Et la somme des chiffres des dizaines des nombres additionnés doit avoir « 9 » comme unité (pour obtenir le « 2 » de 2021 avec la retenue). Ici il y a deux manières d'obtenir ce « 9 », soit avec « 7 », « 7 » et « 5 » qui mène à une impasse, soit avec deux « 7 » et trois « 5 ».

- $7 + 7 + 5 + 5 + 5 + 3 = 32$: la retenue pour les centaines est 3. Et pour totaliser 20 centaines, il faut 17 autres centaines qui ne peuvent alors provenir que de trois nombres à 3 chiffres avec « 7 », « 5 » et « 5 » pour chiffres des centaines.

Au total, il y a 7 chiffres « 5 » dans les cinq nombres (2 en chiffre des unités, 3 en dizaines et 2 en centaines). D'autres additions que celle déjà donnée sont possibles, par exemple $757 + 555 + 555 + 77 + 77 = 2021$.

26. Réponse 7. Voici la liste des 7 *dromantiers* à cinq chiffres dont la somme des chiffres est 9 : 12321, 12420, 12510, 13410, 14310, 15210 et 24210.

On peut les trouver en examinant les possibilités dans l'ordre croissant ou bien, par exemple, comme ci-dessous...

Un *dromantier* à cinq chiffres, abcde, peut avoir trois formes :

$a < b < c < d > e$; $a < b > c > d > e$; $a < b < c > d > e$.

On cherche ceux pour lesquels $a+b+c+d+e=9$.

• 1^{re} forme. Il n'y en a aucun car la plus petite valeur de a est 1 et alors $a+b+c+d$ vaut au moins $1+2+3+4$ qui dépasse 9.

• 2^e forme. On a nécessairement $e=0$ et $d=1$ (sinon $e+d+c+b > 9$).

Si alors $a=1$, on peut avoir $c=2$ (et alors $b=5$) ou $c=3$ (et alors $b=4$) et c'est tout.

Si alors $a=2$, on peut avoir $c=2$ (et alors $b=4$) et c'est tout.

Cela fait 3 *dromantiers* : 14310, 15210, 24210.

• 3^e forme. On a nécessairement $a=1$.

Si alors $b=2$, on peut avoir $c=3$ (et alors $d=2$ et $e=1$)

ou $c=4$ (et alors $d=2$ et $e=0$)

ou $c=5$ (et alors $d=1$ et $e=0$)

Si alors $b=3$, on doit avoir $c=4$, $d=1$ et $e=0$.

Cela fait 4 *dromantiers* : 12321, 12420, 12510, 13410.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 5 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »