

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant (hors années covid) et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 80 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

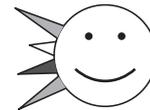
Kangourou 2021 - Corrigé du sujet « E »

1. Réponse C. Le seul cube pouvant être construit avec les quatre briques est le C qui comporte 3 briques grises et une blanche. Les autres cubes ont deux briques blanches.

2. Réponse C. Une fois la corde tendue, il y a 4 poissons qui ont la tête tournée vers l'anneau. En partant de l'anneau et en suivant la corde, ce sont ceux dont on rencontre la tête avant la queue (1^{er}, 3^e, 6^e et 7^e).

3. Réponse B. Pour obtenir un rectangle où est écrit une addition, il faut mettre la pièce avec le 1 à gauche et celle avec le 2 complètement à droite. On forme alors l'addition $13 + 2$, dont le résultat est 15.

4. Réponse B. Seule l'image B est une partie du dessin (cette partie est montrée ci-contre).



5. Réponse E. Les scores sont dans l'ordre 24, 24, 25, 22 et 26. La cible de Tim est donc la cible E. (On peut aussi ne pas faire tous les totaux en faisant des comparaisons entre les cibles.)

6. Réponse C. En un tour de ruban, on passe de la graduation 6 à la graduation 27, et $27 = 6 + 21$. La graduation pour un tour de plus est donc $27 + 21$, soit 48.

7. Réponse C. En comparant les première et troisième pesées, on obtient la masse d'une boule grise (en kg) : $10 - 6 = 4$. Alors la deuxième pesée nous donne la masse de 2 boules blanches : $14 - 4 = 10$. Et la masse d'une boule blanche est donc 5 kg.

8. Réponse D. Simon ne prend qu'une lettre par boîte. Il prend donc le M dans la boîte 3, et donc le I dans la 1, le N dans la 5, le O dans la 4 (réponse D) et le S dans la 2.

9. Réponse D. La fusée dorée produisant 6 étoiles de plus que la fusée argentée, le total de 20 étoiles correspond à 6 plus deux fois le nombre d'étoiles de la fusée argentée. Le nombre d'étoiles argentées est donc la moitié de $20 - 6$, donc la moitié de 14, donc 7. Et le nombre d'étoiles dorées est $7 + 6$ soit 13. On peut aussi faire des essais (sachant que plus de la moitié des étoiles sont dorées, donc plus de 10) :

- s'il y a 11 étoiles dorées, il y a 9 étoiles argentées, soit 2 de moins ;
- s'il y a 12 étoiles dorées, il y a 8 étoiles argentées, soit 4 de moins ;
- s'il y a 13 étoiles dorées, il y a 7 étoiles argentées, soit 6 de moins.

10. Réponse D. Les formes et les aires des quatre pièces incitent à chercher un carré dont le côté mesure 4 carreaux. On obtient ce carré avec les pièces 2 et 3 (voir ci-contre). On peut vérifier que c'est le seul assemblage permettant de faire un carré.



11. Réponse E. Nina peut y arriver en échangeant :

- les cartes 1 et 3 (par exemple) dans la série A ;
- les cartes 2 et 5 (par exemple) dans la série B ;
- les cartes 3 et 4 (par exemple) dans la série C ;
- les cartes 3 et 5 dans la série D.

Avec la série E, elle ne peut pas rapprocher à la fois les pommes et les raisins en un seul échange.

12. Réponse E. Les cubes noirs sont tous dans la couche du dessus. Tous les cubes gris sont dans la couche de 9 cubes du dessous. Les autres cubes de cette couche sont 2 cubes blancs qui sont côte à côte. Les 7 cubes gris sont donc disposés comme dans le dessin E.

13. Réponse A. Le périmètre du bois est égal à 4 fois son côté. Et le périmètre du parc est égal à 8 fois le côté du bois. Le temps pour faire le tour du parc sera donc le double du temps pour faire le tour du bois. Et : $2 \times 10 \text{ min} = 20 \text{ min}$.

14. Réponse C. Entre le moment où le marchand a vendu 6 glaces et celui où il en a vendu 16, il a gagné $120 - 70$ soit 50 € et il a vendu $16 - 6$ soit 10 glaces. Une glace est donc vendue 5 €. En vendant 6 glaces, le marchand gagne 30 € et il avait donc $70 - 30$, soit 40 €, dans sa caisse au départ.

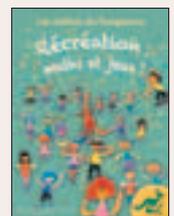


Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques !



Kangourou 2021 - Corrigé du sujet « E »

15. Réponse E. Le total des feuilles mangées sur la première et la deuxième branche est exactement le nombre de feuilles sur chacune des branches. Il est donc égal à 20. Il y avait au début 3×20 soit 60 feuilles. Il reste donc au koala : $60 - 20 - 2$ soit 38 feuilles.

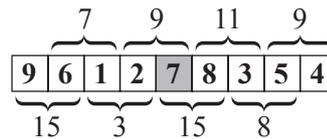
16. Réponse D. La hauteur du petit bloc de devant est $48 - 32$ soit 16 m. Et donc la hauteur de la plus petite échelle est $36 - 16$ soit 20 m.

17. Réponse B. Après 3 coups, les trois tasses sont toutes retournées. Après 6 coups, elles sont toutes à l'endroit. Après 9 coups, elles sont toutes retournées. Et après le 10^e coup, elles seront donc disposées comme en B : deux retournées et une à l'endroit à droite.

18. Réponse D. Le cœur est sur la case 1. Parmi les cases 2, 3, 4 et 5, il y a la couronne, le château et l'étoile qui occupent 3 cases à la suite. Ces trois cases sont donc 2, 3 et 4 ou bien 3, 4 et 5. Et ce sont 3, 4 et 5 car le coq n'est pas sur la case 5. Finalement, la couronne est sur la 4, entre le château et l'étoile (et le coq est sur la case 2).

19. Réponse B. La somme des cinq nombres de la rangée du haut est $7 + 8 + 4 + 2 + 5$ soit 26. La somme des cinq nombres de la rangée du bas est $4 + 7 + 5 + 5 + 3$ soit 24. Les sommes du haut et du bas seront égales si elles sont égales à 25 donc en enlevant 1 en haut et en rajoutant 1 en bas : cela est possible en retournant la carte B.

20. Réponse D. Il n'y a que deux possibilités pour les deux premières cases de somme 15 : ou bien 9 et 6 ou bien 8 et 7. Mais comme la somme des 2^e et 3^e cases est 7, seul 6 convient dans la 2^e case. On peut alors remplir toutes les cases ; et c'est 7 qui se trouve dans la case grisée.



21. Réponse D. Si l'un des trois nombres était 0, alors le résultat de la multiplication serait 0 aussi. Et toutes les additions possibles (sans le nombre 0) sont : $1 + 2 + 7$; $1 + 3 + 6$; $1 + 4 + 5$; $2 + 3 + 5$. Les résultats des quatre multiplications correspondantes sont, dans l'ordre : 14, 18, 20 et 30. C'est 24 qui ne peut pas être le résultat de la multiplication des trois nombres.

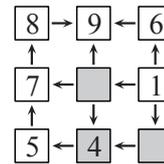
22. Réponse A. Il est impossible d'obtenir un total de 30 points sans le ballon 18 ou le ballon 14.

Avec le ballon 18, 30 ne s'obtient qu'avec 9 et 3.

Avec le ballon 14, 30 ne s'obtient qu'avec 13 et 3.

Le ballon 3 sera donc toujours parmi les ballons que Mia fera éclater.

23. Réponse D. Il n'y a qu'une case d'où ne part aucune flèche, donc le nombre le plus grand, 9, est dans cette case. Il n'y a qu'une case où n'arrive aucune flèche, donc le nombre le plus petit, 1, est dans cette case.



On place alors 8, plus grand que 7 et plus petit que 9.

En allant de 1 à 5 en suivant des flèches, il y a trois cases par lesquelles on peut passer (nous les avons grisées) et donc les nombres dans ces cases sont tous entre 1 et 5 : ce sont 2, 3 et 4. Et c'est donc le 6 qui doit se trouver dans la case en haut à droite. (Remarque : il y a deux possibilités de remplissage, les places de 2 et 3 pouvant être échangées).

24. Réponse A. Dans la deuxième balance il y a 1 sur chaque plateau et pèse comme 5 .

Donc, d'après la première balance 2 équilibrent 5 + 1 soit 6 , et pèse comme 3 .

Ainsi, sur la troisième balance, le plateau de gauche pèse comme 9 et celui de droite comme 10 . Il faut rajouter 1 sur le plateau de gauche pour équilibrer cette balance.

25. Réponse 8. Une addition satisfaisant les conditions est :

$$\begin{array}{r} 999 \\ + 999 \\ + 9 \\ + 9 \\ + 5 \\ \hline 2021 \end{array}$$

Montrons que pour toute addition satisfaisant les conditions, il y a 8 chiffres «9» et 1 chiffre «5» :

• Pour avoir 1 en unité dans la somme, la seule manière de choisir les unités des 5 nombres additionnés est d'avoir quatre «9» et un «5».

• On a alors une retenue de 4 pour les dizaines. Et la somme des chiffres des dizaines des nombres additionnés doit avoir «8» comme unité (pour obtenir le «2» de 2021 avec la retenue).

Ici il y a deux manières d'obtenir ce «8», Soit avec «9», «9», «5» et «5» qui mène à une impasse, soit avec deux «9».

• $9 + 9 + 4 = 22$: la retenue pour les centaines est 2. Et pour totaliser 20 centaines, il faut 18 autres centaines qui ne peuvent alors provenir que de deux nombres à 3 chiffres, chacun avec «9» en chiffre des centaines.

Au total, il y a 8 chiffres «9» dans les cinq nombres (comme dans l'addition écrite plus haut ou dans l'addition $995 + 999 + 9 + 9 + 9 = 2021$).

26. Réponse 3. $100 = 10 \times 10 = 2 \times 5 \times 2 \times 5$. Un nombre à trois chiffres dont le produit des chiffres est 100 doit donc avoir deux «5» dans son écriture et le troisième chiffre ne peut alors être que 4 (égal à 2×2). Cela fait 3 nombres possibles : 554, 545 et 455.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »