

## KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant (hors années covid) et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 80 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

### Kangourou 2021 - Corrigé du sujet « B »

1. Réponse **E**. En reformant le rectangle, on trouve le nombre écrit par Alix : 1022. 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 2 | 2 |
|---|---|---|---|
2. Réponse **D**. La construction réalisable est la D qui comporte 4 briques grises et 2 blanches. Les autres ont toutes 3 briques blanches.
3. Réponse **D**. On sait par Alice et Bob qu'il est entre midi et 13 h. La grande aiguille indiquant la demie, il est donc 12:30.
4. Réponse **B**. Parmi les lignes proposées, c'est la B qui donne le nombre le plus grand : 975.
5. Réponse **E**. Lilou ne prend qu'une lettre par boîte. Elle prend donc le *rond* dans la boîte 3, et donc l'*étoile* dans la 1, le *rectangle long* dans la 5, le *carré* dans la 4 (réponse E) et le *triangle* dans la 2.
6. Réponse **A**. Sur le dessin, on ne voit qu'une seule fois deux mains gauches jointes (entre les deuxième et troisième enfants en partant de la droite du dessin).
7. Réponse **A**. 600 secondes font 10 minutes et 1200 secondes font 20 minutes. Donc, parmi les ordres de grandeur proposés, c'est le quart d'heure qui est le plus proche de 1000 secondes.
8. Réponse **E**. La somme des nombres de 1 à 7 est 28. En additionnant les quatre nombres en ligne et les quatre nombres en colonne, on trouve  $17 + 17$  soit 34 et le nombre cherché a été compté deux fois. Ce nombre ne peut donc être que  $34 - 28$ , soit 6. La figure montre un exemple de placement des sept nombres. 

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 7 |   |   |   |
| 3 |   |   |   |
| 1 |   |   |   |
| 6 | 4 | 5 | 2 |

**9. Réponse E.** On peut ranger du plus lourd au plus léger les trois premiers fruits cités : poire puis pomme puis pêche. On a aussi, du plus lourd au plus léger : orange puis banane puis pêche. Des cinq fruits, c'est donc la pêche le plus léger.

**10. Réponse C.** En un tour de ruban, on passe de la graduation 6 à la graduation 27, et  $27 = 6 + 21$ . La graduation pour deux tours de plus est donc  $27 + 21 + 21$ , soit 69.

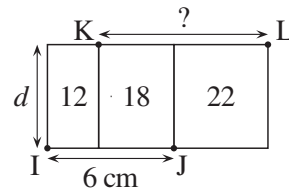
**11. Réponse E.**  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$ .

Donc, les quatre mélanges sont dans les mêmes proportions.

**12. Réponse B.** Pour pouvoir franchir la porte, une figure ne doit pas occuper plus de 3 carreaux sur aucune de ses lignes horizontales. Seule la pièce B est dans ce cas. Et elle pourra sortir en se déplaçant opportunément de 2 carreaux vers la gauche après qu'une première partie (occupant cinq carreaux) ait déjà franchi le seuil de la porte.

**13. Réponse C.** La longueur  $d$  commune aux trois rectangles dont les aires sont indiquées est, en cm,  $d = \frac{12 + 18}{6}$ , soit 5.

On a donc, en cm,  $KL = \frac{18 + 22}{5}$ , soit 8.

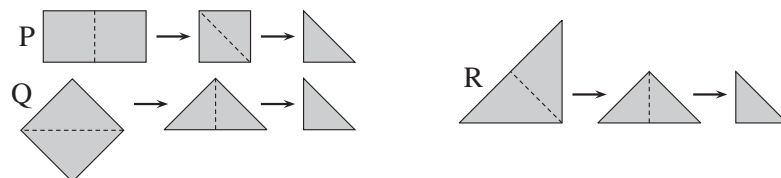


**14. Réponse B.** Le nombre à découper a 10 chiffres donc l'un des 3 nombres découpés a au moins 4 chiffres.

Le plus petit nombre à 4 chiffres que l'on peut former est 1972 et la somme est alors  $502 + 1972 + 970 = 3444$ .

Les seuls autres découpages qui pourraient donner une somme inférieure à 3444 sont ceux où le nombre à 4 chiffres est 2197 ou 2970. On obtient les sommes  $50 + 2197 + 2970 = 5217$  et  $502 + 197 + 2970 = 3669$ . Finalement, la plus petite valeur possible pour la somme des trois nombres découpés est 3444.

**15. Réponse E.** Chacun des trois morceaux P, Q et R peut être le morceau de départ. Voici comment ils peuvent être pliés :



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



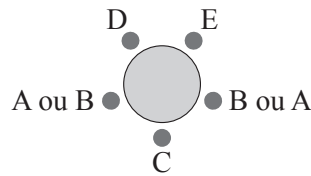
**16. Réponse A.** La balle au sommet de la pyramide porte un A. Les 3 balles juste en dessous portent B, C et E. Une des balles de la base porte donc un A et c'est celle marquée du point d'interrogation.

Remarque : en disposant les vues comme ci-contre, on visualise mieux les boules qui sont à la fois sur deux vues.



**17. Réponse E.** Le dessin E n'est pas possible car Tak commençant à jouer c'est Tik qui finit et alors l'une des piles, au moins, doit avoir un jeton noir en haut. Des jeux possibles pour les autres dessins sont :  
 A : B1 N1 B2 N1 B2 N2 B2 N1,    B : B1 N2 B1 N1 B2 N2 B2 N1  
 C : B1 N2 B2 N1 B2 N1 B1 N2,    D : B1 N2 B2 N1 B1 N2 B1 N2  
 (B1 comme « Blanc pile 1 », ... , N2 comme « Noir pile 2 »).

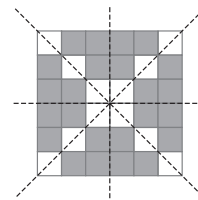
**18. Réponse A.** On peut choisir indifféremment les places de Dom et Enzo qui sont côte à côte. Alors, Anne et Bilal ne pouvant pas être côte à côte doivent avoir Charlie entre eux.



**19. Réponse B.** La ligne comporte 6 tronçons identiques de X à Y. Le train T1 partant de X met 30 min pour parcourir un tronçon. Et le train T2 partant de Y met 10 mn pour en parcourir un. T1 est dans le 2<sup>e</sup> tronçon de 30 à 60 minutes après son départ. T2 est dans le même tronçon 40 à 50 minutes après son départ (allant de Y à X, c'est le 5<sup>e</sup> tronçon de son trajet). Le double rail doit donc se trouver sur ce tronçon (réponse B).

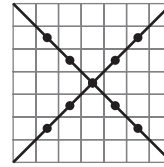
**20. Réponse D.** Le cas particulier où Léa prend 20 pommes et donc Malo 20 oranges montre que les phrases A, B, C et E peuvent être fausses. Et, partant de ce cas particulier, si Léa prend en fait un certain nombre d'oranges à la place du même nombre de pommes alors Malo, récupérant ces pommes, aura un nombre de pommes égal au nombre d'oranges prises par Léa (réponse D).

**21. Réponse E.** Les 4 axes de symétrie du carré sont ses deux médianes et ses deux diagonales. On les trace donc et on noircit toutes les cases obtenues à partir des 3 premières par les symétries par rapport à ces axes (voir figure). On obtient 24 cases noires soit 21 noircies en plus.



**22. Réponse C.** S'il y avait 8 pièces d'or comme dit par le 1<sup>er</sup> pirate, alors les deux autres auraient menti pour les pièces d'or et donc dit la vérité pour les diamants, ce qui est impossible puisqu'ils ne donnent pas le même nombre de diamants. Il y a donc 6 diamants (phrase vraie du premier pirate) et 7 pièces d'or (phrase vraie de chacun des deux autres). Au total,  $6 + 7 = 13$ .

**23. Réponse B.** Les 8 petits cubes aux sommets du grand cube auront trois faces avec un trait rouge. Les autres cubes avec trait(s) rouge(s) n'auront qu'une seule face avec du rouge ; il y en a 9 pour chacune des faces du grand cube (voir dessin ci-contre). Au total,  $8 + (9 \times 6)$  petits cubes porteront un trait rouge (au moins), soit 62 petits cubes.



**24. Réponse D.** Sur l'étagère du haut, il y a 6 petites bouteilles et 4 moyennes, donc 3 petites bouteilles et 2 moyennes font la moitié de 64 dL soit 32 dL. Et donc, les 2 grandes bouteilles de l'étagère du bas font aussi 32 dL. Une grande bouteille fait donc 16 dL. Alors, sur l'étagère du milieu, 4 petites bouteilles font  $64 - (3 \times 16)$  soit 16 dL et une petite bouteille fait donc 4 dL. Et (étagère du haut) : 4 bouteilles moyennes font  $64 - (6 \times 4)$  soit 40 dL. Une bouteille moyenne contient donc 10 dL de jus.

**25. Réponse 7.** Une addition satisfaisant les conditions est :

|       |  |
|-------|--|
| 777   |  |
| + 577 |  |
| + 557 |  |
| + 55  |  |
| + 55  |  |
| + 55  |  |
| ----- |  |
| 2021  |  |

Montrons que pour toute addition satisfaisant les conditions, il y a 6 chiffres « 7 » et 7 chiffres « 5 » :

- Pour avoir 1 en unité dans la somme, la seule manière de choisir les unités des 5 nombres additionnés est d'avoir trois « 7 » et deux « 5 ».

- On a alors une retenue de 3 pour les dizaines. Et la somme des chiffres des dizaines des nombres additionnés doit avoir « 9 » comme unité (pour obtenir le « 2 » de 2021 avec la retenue). Ici il y a deux manières d'obtenir ce « 9 », soit avec « 7 », « 7 » et « 5 » qui mène à une impasse, soit avec deux « 7 » et trois « 5 ».
- $7 + 7 + 5 + 5 + 5 + 3 = 32$  : la retenue pour les centaines est 3. Et pour totaliser 20 centaines, il faut 17 autres centaines qui ne peuvent alors provenir que de trois nombres à 3 chiffres avec « 7 », « 5 » et « 5 » pour chiffres des centaines.

Au total, il y a 7 chiffres « 5 » dans les cinq nombres (2 en chiffre des unités, 3 en dizaines et 2 en centaines). D'autres additions que celle déjà donnée sont possibles, par exemple  $757 + 555 + 555 + 77 + 77 = 2021$ .

**26. Réponse 3.** En ajoutant tous les rangs de 1 à 10 on trouve 55. Il y a une différence de 19 avec le total des réponses. Certains enfants ont donné un rang plus petit que le leur, d'au plus 9 unités (cas où le 10<sup>e</sup> donne le rang 1). 19 ne peut pas s'écrire comme somme de 2 entiers plus petits ou égaux à 9. Mais il peut s'écrire comme somme de 3 entiers plus petits ou égaux à 9 (de diverses façons). Il y a donc au minimum 3 enfants qui se sont trompés.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »