

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 80 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2020 - Corrigé du sujet « P »

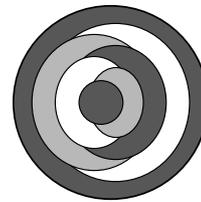
1. Réponse B. La prochaine année ayant la même propriété est 2121, soit 101 ans après 2020.

2. Réponse C. $6 \times 4 = 4 \times 6$. La réponse est donc 6.

3. Réponse A. Après le boutonnage du jour, la rayure du bas à droite est prolongée par la deuxième rayure du bas à gauche. Ce décalage produit une unique spirale, et donc aucun anneau fermé.

4. Réponse D. On peut enlever les 1 du produit, cela ne change rien. Comme $2 \times 5 = 10$, le chiffre des unités de $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ est 0 et son chiffre des dizaines est le même que le chiffre des unités de $2 \times 3^2 \times 4^2 = 2 \times 144 = 288$. La somme cherchée est donc $0 + 8 = 8$.

5. Réponse B. La région extérieure étant en bleu, une deuxième couleur (rouge ou jaune) doit être choisie pour la grande partie ici en blanc, et la troisième couleur pour la grande partie ici en gris clair. Alors, chaque région, en continuant vers le centre, ne peut se colorier que d'une seule couleur (voir dessin). Et, il y a 3 régions bleues en tout.



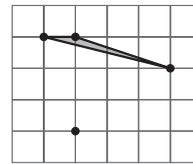
6. Réponse C. $1 + 4 + 6 + 9 = 20$. Il faut donc 5 pommes ($20 \div 4 = 5$) dans chaque panier. On doit donc en déplacer 4 du panier de 9 et 1 du panier de 6. Comme on peut les mettre dans les deux autres paniers, 4 dans le panier de 1 et 1 dans le panier de 4, pour avoir cinq pommes dans chaque panier, le minimum de pommes à déplacer est $4 + 1$ soit 5.

Kangourou 2020 - Corrigé du sujet « P »

7. Réponse A. Ceux qui viennent en voiture et ceux qui viennent en marchant correspondent aux deux pourcentages à peu près égaux : 11% et 12%. Ceux qui sont approximativement double l'un de l'autre sont donc 47% et 24% (en vélo et en transport en commun). Et le pourcentage restant, 6%, est le pourcentage de ceux qui viennent en trottinette.

8. Réponse D. Sur 2 semaines soit 14 jours, il y a toujours 2×3 soit 6 jours où Gabrielle fait du surf. Pour faire le plus possible de surf, Lucas doit donc en faire le plus possible les 4 premiers jours ($18 - 14 = 4$). Et c'est donc en commençant le samedi, seul jour de la semaine qui lui permet de faire 3 séances en 4 jours.

9. Réponse A. L'aire d'un triangle vaut la moitié du produit d'une hauteur par la base associée. Des quatre triangles pouvant être formés, celui ayant la plus petite aire a une base égale à 1 et une hauteur égale à 1 (voir figure). Son aire vaut $\frac{1}{2}$.



10. Réponse D. Appelons p le poids d'un éléphant.

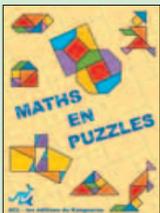
On a $e \times p = m \times \frac{k}{c}$. Donc $p = \frac{km}{ce}$.

11. Réponse E. La chauve-souris part à 20h20 et revient à 02h02 (~~20:20~~ à l'envers soit ~~02:02~~). La durée de la sortie est donc 3 h 40 min plus 2 h 2 min, soit 5 h 42 min.

12. Réponse C. Les 4 entiers consécutifs dont la somme est 2 sont -1, 0, 1 et 2.

13. Réponse D. 20% c'est $\frac{1}{5}$. Le salaire de Jules est $\frac{1}{5}$ de celui du patron. Le salaire du patron est donc 5 fois celui de Jules.

14. Réponse D. Quand chacun dit « je dis la vérité » l'elfe dit bien la vérité alors que le troll ment. Pour les quatre autres phrases proposées, l'elfe mentirait (B, C, E) ou le troll dirait la vérité (A, B, C), ce qui est contraire à l'énoncé.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



15. Réponse B. Le carré de base est identique et orienté de la même façon dans toutes les propositions. En partant du sommet en haut à gauche de ce carré, et dans le sens des aiguilles d'une montre, l'ordre des arêtes latérales (représentées par des demi-diagonales) doit être, selon la représentation en perspective : gris, noir, noir, blanc. C'est donc la vue B qui est une vue de dessus.

16. Réponse B. Si le triangle isocèle n'avait qu'un côté de 20 cm, les longueurs des deux autres côtés seraient égales. Il y a donc deux côtés de longueur 20 cm et le troisième côté mesure soit 8 cm ($\frac{2}{5}$ de 20 cm) soit 50 cm ($\frac{5}{2}$ de 20 cm). Dans le deuxième cas l'inégalité triangulaire ne serait pas respectée : $50 > 20 + 20$. Le périmètre du triangle isocèle est donc $20 + 20 + 8$, soit 48 cm.

17. Réponse C. Soit $S = V + W + X + Y + Z$. Les 5 chiffres se retrouvent une fois dans chaque colonne de l'addition (unités, dizaines et centaines). Le résultat de l'addition vaut donc $100S + 10S + S$, soit $111 \times S$.

Ce résultat valant 2664, on a $S = \frac{2664}{111} = 24$.

18. Réponse B. Maville et Chétoy sont séparés de 12 km ($3 + 9$ d'après le premier poteau ou $6 + 6$ d'après le deuxième). Issy se situe entre les deux, d'après le premier poteau, à 4 km de Maville ($3 + 1$) et à 8 km de Chétoy ($9 - 1$). Sur le panneau cassé, il était donc écrit « 2 km ».

19. Réponse D. Pour avoir le plus grand résultat possible, les chiffres les plus grands doivent être des centaines ; il faut donc remplacer K, G et R par 7, 6 et 5.

Puis pour A et O, qui sont des dizaines, il vaut mieux remplacer O par 4 et A par 3 (plutôt que A par 4 et O par 3) puisque O est présent deux fois dans l'addition.

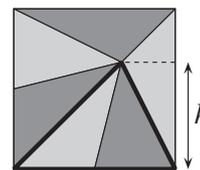
De même il vaut mieux remplacer U par 2 et N par 1.

Finalement le plus grand résultat pour $KAN + GOU + ROU$ est le résultat de $731 + 642 + 542$, soit 1915.

20. Réponse D. Les volumes étant égaux, si les hauteurs sont différentes, c'est que les aires des bases des récipients parallélépipédiques sont différentes. Précisément, plus les hauteurs sont petites plus les aires des bases sont grandes. L'ordre décroissant des hauteurs, II, I, III, est donc aussi l'ordre croissant des bases. Les bases étant les rectangles qui sont vus de dessus, le bon dessin est le D.

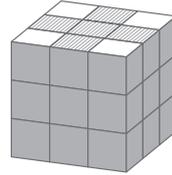
21. Réponse D. $81 = 9 \times 9$, donc le côté du carré est 9 dm.

Soit h la distance cherchée (en dm) ; c'est la hauteur du triangle composé des deux triangles ayant leur base sur le bord inférieur du vitrail.

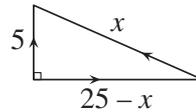


L'aire de ce triangle vaut $\frac{1}{2} \times 9 \times h$ et aussi $2 \times \frac{81}{6}$. D'où $h = \frac{4}{6} \times 9 = 6$.

22. Réponse C. Considérons deux coins opposés du grand cube : à chacun de ces coins, il y a un petit cube qui, n'ayant que deux facettes rouges, aura au moins une facette blanche visible. Le grand cube a donc au moins deux faces avec du blanc. Et Jade peut s'arranger pour avoir 4 faces toutes rouges. Elle place aux huit coins des petits cubes avec une facette blanche sur l'une ou l'autre de deux faces opposées (dessus et dessous par exemple) et les deux facettes rouges visibles sur les autres faces (qui forment une couronne). Elle peut alors sans difficulté compléter en rouge les quatre faces formant la couronne.



23. Réponse C. Le lièvre, allant 5 fois plus vite que la tortue, a parcouru 25 km tandis qu'elle en parcourait 5. Soit x la distance cherchée en km. x est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont un côté de l'angle droit est 5 et l'autre $25 - x$; donc $x^2 = 5^2 + (25 - x)^2$. D'où $50x = 5^2 + 25^2$, $2x = 1 + 25$, $x = 13$.



24. Réponse E.

- Décompte des points de colle entre boules du même niveau :
 - entre boules du 1^{er} étage (base), 12×2 soit 24 points de colle ;
 - entre boules du 2^e étage (de 9 sphères), 12 points de colle ;
 - entre boules du 3^e étage (de 4 sphères), 4 points de colle.
 - Décompte des points de colle entre boules de niveaux différents :
 - entre le 1^{er} et le 2^e étage, 4×9 , soit 36 points de colle ;
 - entre le 2^e et le 3^e étage, 4×4 , soit 16 points de colle ;
 - entre le 3^e étage et la boule au sommet, 4 points de colle.
- Le total de points de colle est donc $24 + 12 + 4 + 36 + 16 + 4$, soit 96.

25. Réponse 8. Le chiffre des unités ne peut pas être 9 puisque le chiffre des dizaines doit lui être strictement supérieur.

Le chiffre des unités ne peut pas être 8 non plus puisque le chiffre des centaines est au moins 1 et le chiffre des dizaines doit être strictement supérieur à la somme des deux autres.

On ne peut donc pas avoir plus de 8 nombres *pansus* consécutifs et ils doivent être dans la même dizaine.

Et, en choisissant le chiffre des dizaines le plus grand possible (donc 9) et celui des centaines le plus petit possible (donc 1), on a 8 nombres *pansus* consécutifs : les nombres de 190 à 197.

26. Réponse 7. Si la division de 900 par n donne un reste égal à 9 c'est que $900 = nq + 9$, avec $n > 9$, q étant le quotient de la division. Alors, $nq = 891 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11$. Le nombre 891 a 10 diviseurs que l'on peut associer par deux : 1×891 , 3×297 , 9×99 , 11×81 et 27×33 . Comme $n > 9$, il y a 7 entiers n possibles : 891, 297, 99, 81, 33, 27 et 11.