

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 75 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2018 - Corrigé du sujet « C »

1. Réponse **B**. $\frac{20+18}{20-18} = \frac{38}{2} = 19$.
2. Réponse **B**. En cm, le périmètre de chaque triangle vaut $6+10+11$, soit 27 et $27 \div 3 = 9$.
3. Réponse **C**. Il faut faire pivoter dans un premier temps le (3,1) puis le (4,3) et enfin le (2,5). Cela fait donc 3 dominos.
4. Réponse **D**. $2 \times 18 \times 14 = 2 \times 3 \times 6 \times 2 \times 7 = 6 \times 12 \times 7$. Donc @ = 12.
5. Réponse **D**. La distance entre les planchers est 300 cm. $300 \div 15 = 20$. Il faut donc assembler 20 marches.
6. Réponse **D**. Si r est le rayon des cercles et d la distance entre les centres des deux cercles, la longueur du rectangle, 11, est égale à $r+d+r$ soit $d+2r$. Or le diamètre des cercles, $2r$, est égal à 7. Donc $d = 11 - 7 = 4$.
7. Réponse **C**. Le bon dessin est le C, symétrique du portillon par rapport à une droite horizontale. (Dans le dessin B, les trous triangulaires sont dans le bons sens mais les trous circulaires en sont trop éloignés.)
8. Réponse **B**. L'aire du carré est 900 cm^2 . L'aire de chaque partie est donc 300 cm^2 . Pour le triangle LMK, on a :
 $\frac{1}{2} \times LM \times LK = \frac{1}{2} \times LM \times 30 = 300$; d'où $LM = 20 \text{ cm}$.

Kangourou 2018 - Corrigé du sujet « C »

9. Réponse B. Le chiffre des unités du produit étant 2, le chiffre des unités caché est 4 ($3 \times 4 = 12$). Avec 3 comme chiffre des centaines du résultat, le chiffre des dizaines du premier nombre ne peut être que 1 (2×2 dépasse 3). L'opération est donc 13×24 dont le résultat est 312. La somme des chiffres cachés est $1 + 4 + 1$, soit 6.

10. Réponse C. Si André trouve une rangée du milieu dans le rectangle, c'est qu'il y a un nombre impair de rangées, plus grand que 1. Comme 5 est le seul diviseur impair de 40 autre que 1, il y a $40 \div 5$ soit 8 petits carrés coloriés sur la rangée du milieu et il en reste 32 non coloriés.

11. Réponse A. Lila peut avoir au maximum trois pièces d'une sorte et deux pièces des autres sortes. Elle aura le plus d'euros si elle a trois pièces de 50 centimes. Lila peut donc retirer au plus $(50 \times 3) + (20 \times 2) + (10 \times 2)$ soit 210 centimes ou 2,10 €.

12. Réponse B. Quels que soient les positions des points K et L sur d , la somme des hauteurs des deux triangles est égale à la largeur du rectangle. La somme des aires des deux triangles est donc la moitié de celle du rectangle. Le rectangle a donc une aire de 20 cm^2 .

13. Réponse B. Soit x la distance entre le premier et le deuxième point. 2000 est égale à x plus la somme des distances entre le deuxième point et les neuf derniers points. 2018 est égal à x plus la somme des distances entre le premier point et les neuf derniers points. Comme les neuf derniers points sont chacun éloignés du premier point de x de plus que du deuxième point, la différence $2018 - 2000$ est égale à $9x$. D'où $x = 18 \div 9 = 2$.

14. Réponse E. Si la publicité dit vrai, il y a 3 jours sans soleil en décembre.

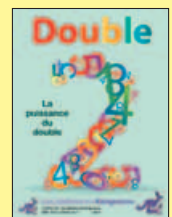
Si l'on n'a pas deux jours consécutifs de soleil, c'est qu'un jour de soleil est suivi d'un jour sans soleil. Cela peut donc se produire 3 fois. Si le premier jour du séjour est un jour de soleil, cela amène au 7^e jour sans avoir deux jours de soleil consécutifs : avec, sans, avec, sans, avec, sans, avec. Ayant déjà eu 3 jours sans soleil, il ne peut plus y avoir que des jours de soleil. Et on est donc sûr d'avoir 2 jours de soleil consécutifs avec un séjour de 8 jours.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

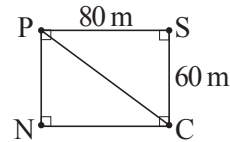
<http://www.mathkang.org/catalogue/>



15. Réponse C. La phrase devant la porte C est fausse. Donc, devant les portes A et B, l'une des phrases écrites est vraie et l'autre fausse. Si le tigre est derrière la porte A, les deux phrases A et B sont fausses. Si le tigre est derrière la porte B, les deux phrases A et B sont vraies. Le tigre est donc derrière la porte C et c'est la phrase A qui est la seule vraie.

16. Réponse D. Soit m la masse d'un livre et N la masse donnée par la balance lors d'une pesée de n livres. On a : $N - 10 \leq n \times m \leq N + 10$ et donc $\frac{N - 10}{n} \leq m \leq \frac{N + 10}{n}$
 Pour avoir une précision de 0,5 g sur la masse d'un livre, il faut donc $\frac{10}{n} \leq 0,5$, soit $n \geq 20$.

17. Réponse B. Les arbres sont placés comme le montre la figure ci-contre (ou symétriquement). La distance entre le platane et le cyprès (PC) est donc la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont 80 m (PS) et 60 m (SC). Cette distance est donc 100 m.

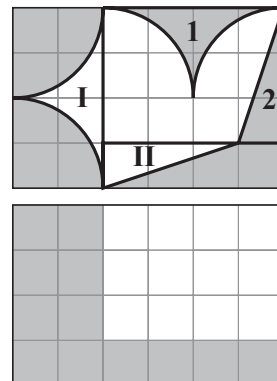


18. Réponse A. La somme des nombres de la grille est $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. La somme des sommes par ligne et par colonne est donc $2 \times 45 = 90$. En ajoutant les cinq premiers résultats, on a $12 + 13 + 15 + 16 + 17 = 73$. Et, le sixième résultat est $90 - 73$, soit 17. Un exemple de grille possible est montré ci-contre.

9	6	1	→	16
4	8	5	→	17
2	3	7	→	12
↓	↓	↓		
15	17	13		

19. Réponse E. Il y a $24 + 29 + 17$ soit 90 votes déjà dépouillés. Il reste donc $130 - 90$, soit 40 votes à dépouiller. Romane a 8 votes d'avance sur Kylian et il y aurait égalité si les 40 votes restant se répartissaient en 16 pour Romane et 24 pour Kylian. Par contre, si Romane en obtient 17 de plus, elle est sûr d'être élue.

20. Réponse D. L'aire grise 1 est égale à l'aire blanche I (voir dessin ci-contre), l'aire grise 2 est égale à l'aire blanche II. L'aire de l'oiseau, 192 dm^2 , est donc égale à celle d'un rectangle de 3×4 carreaux. Ainsi, l'aire d'un carreau est $\frac{192}{3 \times 4}$ soit 16 dm^2 et le côté d'un carreau mesure donc 4 dm. Le drapeau fait 6×4 carreaux, ses dimensions sont donc $24 \text{ dm} \times 16 \text{ dm}$.



Kangourou 2018 - Corrigé du sujet « C »

21. Réponse E. Soit c la dépense de Chloé en €.

Celle de Boubou est $\frac{15}{100}c$ ou $\frac{3}{20}c$ et celle d'Anaïs $\frac{160}{100}c$ ou $\frac{8}{5}c$.

La dépense totale, 55 €, vaut donc aussi $c + \frac{3}{20}c + \frac{8}{5}c = \frac{20+3+32}{20}c = \frac{55}{20}c$.

Ce qui donne $c = 20$. Et Anaïs a dépensé $\frac{5}{8}c$ soit 32 €.

22. Réponse E. Soit x le nombre de la case grisée. En partant vers -3 et en tournant, on trouve de case en case : $x-3$, -3 (déjà marqué), $-x$, $-x+3$, 3 , x , la case suivante étant 7. On a donc $x = 3 + 7 = 10$.

23. Réponse D. Soit n le nombre de sauts réalisés par Nina. Avec le saut suivant, à 3,99 m, on a : $(3,80 \times n) + 3,99 = 3,81 \times (n+1)$.

D'où $0,01n = 3,99 - 3,81$ et $n = 18$.

3,81 m est donc la moyenne de ses 19 premiers sauts. Pour passer à une moyenne de 3,82 m avec son 20^e saut, ce saut doit mesurer $19 \times (3,82 - 3,81)$ de plus que 3,82 soit $0,19 + 3,82$. Son 20^e saut devra donc mesurer 4,01 m.

24. Réponse E. Comme somme des valeurs des deux dés, on peut trouver les nombres premiers 2, 3, 5, 7 et 11.

2 s'obtient d'1 seule façon : $1 + 1$.

3 s'obtient de 2 façons : $1 + 2$ et $2 + 1$.

5 s'obtient de 4 façons : $1 + 4$, $2 + 3$, $3 + 2$ et $4 + 1$.

7 s'obtient de 6 façons : $1 + 6$, $2 + 5$, $3 + 4$, $4 + 3$, $5 + 2$ et $6 + 1$.

11 s'obtient de 2 façons : $5 + 6$ et $6 + 5$.

Cela fait, au total, $1 + 2 + 4 + 6 + 2$ soit 15 lancers parmi les 36 lancers possibles des deux dés.

La probabilité cherchée est donc $\frac{15}{36}$ ou $\frac{5}{12}$.

25. Réponse 3. Soient $a \leq b \leq c \leq d$ les quatre nombres entiers.

Les résultats obtenus impliquent :

$$a + b + c + 3d = 3 \times 28 = 84,$$

$$a + b + 3c + d = 3 \times 26 = 78,$$

$$a + 3b + c + d = 3 \times 24 = 72,$$

$$3a + b + c + d = 3 \times 18 = 54.$$

En ajoutant membre à membre les trois premières égalités, on a

$$3a + 5(b + c + d) = 84 + 78 + 72 = 234, \text{ dont on soustrait la 4^e égalité :}$$

$$4(b + c + d) = 234 - 54 = 180. \text{ D'où } b + c + d = 45.$$

$$\text{Le plus petit des quatre nombres est donc } a = \frac{54 - 45}{3} = 3.$$

26. Réponse 4. Il est impossible que le grand cube soit construit avec 4 petits cubes (ou plus) sur un côté : il y aurait au moins 4 cubes centraux à l'intérieur du grand cube qui seraient non peints.

De même un grand cube $2 \times 2 \times 2$ est impossible : dès qu'une face du grand cube est peinte, il reste 4 petits cubes non peints et si on peint une seconde face, deux autres petits cubes au moins seront peints. Le grand cube est donc un cube $3 \times 3 \times 3$ de 27 petits cubes et il y a, en plus du cube intérieur central, deux autres cubes non peints. En examinant les différentes façons de peindre les faces, la seule qui laisse deux cubes non peints parmi les 26 cubes extérieurs est celle où quatre faces sont peintes, les faces non peintes étant deux faces opposées.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 5 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »