

## KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

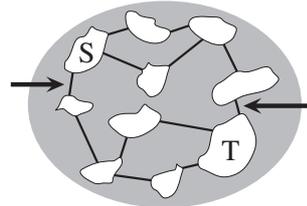
Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 70 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

### Kangourou 2017 - Corrigé du sujet « P »

1. Réponse C. 
$$\frac{20 \times 17}{2+0+1+7} = \frac{2 \times 10 \times 17}{10} = 2 \times 17 = 34.$$

2. Réponse A. 7 heures après 17 heures, c'est minuit. Il reste 10 heures pour en faire 17 : il sera donc 10 heures (du jour suivant).

3. Réponse B. On ne peut pas empêcher d'aller de S à T en fermant un seul pont mais on peut le faire en fermant 2 ponts, par exemple en fermant les 2 ponts indiqués par les flèches.



4. Réponse B.

5. Réponse C. Il y a 18 carreaux ( $3 \times 6$ ). Le tiers de 18 est 6 et la moitié est 9. Il reste donc  $18 - 9 - 6$ , soit 3 carreaux rouges.

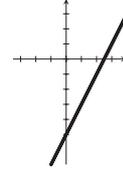
6. Réponse A. En suivant le fil du collier on trouve une perle noire puis une blanche, une blanche, une noire, une noire et une blanche. La figure A représente le même collier.

7. Réponse D. Les trois nombres entiers strictement positifs dont la somme est 7 ne peuvent être que 1, 2, et 4. Leur produit est 8.

8. Réponse B. La partie grise extérieure a une aire de  $4 \text{ cm}^2$  ( $10 - 6 = 4$ ) et la partie grise intérieure de  $2 \text{ cm}^2$  ( $3 - 1 = 2$ ). La partie grise a donc une aire de  $6 \text{ cm}^2$ .

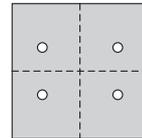
**9. Réponse C.** Si on ne prend que 6 bonbons, on peut en avoir deux de chaque parfum. Et si on prend 7 bonbons, on en aura au moins 3 d'un des trois parfums.

**10. Réponse B.** Si  $x \leq 0$ , alors  $f(x) < -5 < 0$ .  
Aucun point de la représentation graphique de  $f$  ne peut donc avoir une abscisse négative et une ordonnée positive, ce qui correspond au quadrant II.

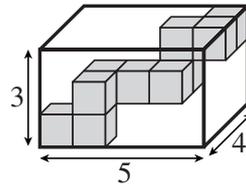


**11. Réponse A.** Quand la roue passe sur une pointe, son centre décrit un arc de cercle (dessins A et C). Quand la roue passe dans un creux, son centre suit d'abord, jusqu'à son point le plus bas, une parallèle au segment descendant puis, dès son point le plus bas, le centre suit une parallèle au segment remontant (dessins A et B). Le bon dessin est le A.

**12. Réponse C.** Les deux lignes de pliage du dessin C sont bien des axes de symétrie du papier troué déplié. A est impossible car aucune des lignes n'est axe de symétrie du papier troué déplié. B, D et E sont impossibles car les trous seraient alignés sur le papier déplié.



**13. Réponse B.** L'objet tel qu'il est représenté a une hauteur de 3, une profondeur de 4 et une largeur de 5. Les boîtes  $3 \times 3 \times 4$  et  $4 \times 4 \times 4$  sont trop petites pour le contenir. La boîte la plus petite possible qui le contient est la boîte  $3 \times 4 \times 5$ .



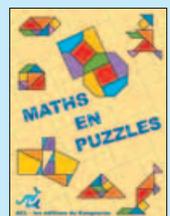
**14. Réponse D.** Pour chaque triangle équilatéral, les deux côtés en noir mesurent le double du côté en pointillés. La ligne noire mesure donc  $2 \times 20$ , soit 40 cm.

**15. Réponse D.** La différence de longueur entre le canapé 3 places et le canapé deux places est celle d'un coussin et vaut 60 cm ( $220 - 160 = 60$ ). Il en est de même entre le canapé deux places et le fauteuil dont la longueur est donc  $160 - 60$ , soit 100 cm.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :  
<http://www.mathkang.org/catalogue/>



**16. Réponse E.** Il reste  $\frac{1}{3}$ , soit  $\frac{4}{12}$  du bout de bois à parcourir pour Fifi.

Coco a parcouru les  $\frac{3}{4}$ , soit  $\frac{9}{12}$  du bout de bois.  $\frac{5}{12}$  de bout de bois les séparent donc.

**17. Réponse C.** Le cube complet de  $4 \times 4 \times 4$  comprend 64 petits cubes. Le cube intérieur de  $2 \times 2 \times 2$  en comprend 8. Il y a donc  $64 - 8$  soit 56 petits cubes extérieurs.

**18. Réponse D.** Le nombre d'arêtes de ce polyèdre est égal au nombre de côtés des faces carrées donc à  $6 \times 4$  soit 24. Il est aussi égal au nombre de côtés des faces triangulaires.

Le polyèdre a donc  $\frac{24}{3}$  soit 8 faces triangulaires.

**19. Réponse B.** Mathilde doit courir 3 jours sur 7 sans courir deux jours de suite, elle doit donc courir selon la périodicité : course, repos, course, repos, course, repos, repos (avec des durées de repos de 1, 1 et 2 jours). Elle a 7 choix pour le jour de course qui précède les deux jours de repos et le reste du planning en découle. Il y a donc 7 plannings différents possibles.

(En notant du lundi=1 au dimanche=7, les sept plannings sont : 135, 136, 146, 246, 247, 257 et 357.)

**20. Réponse D.** Seulement trois kangourous se dirigent vers la gauche. Pour n'être plus nez à nez avec un kangourou se dirigeant vers la droite, le premier devra échanger avec trois kangourous et chacun des deux derniers avec cinq kangourous. Il y aura donc  $3 + 5 + 5$ , soit 13 échanges.

**21. Réponse D.** imaginons que le tableau soit un quadrillage noir et blanc. Si deux cases voisines (noire et blanche) ont partout la même somme c'est que le même nombre est écrit sur toutes les cases d'une même couleur. Ici, il y a donc cinq 2 et quatre 3, soit une somme totale de 22.

2	3	2
3	2	3
2	3	2

**22. Réponse A.** On a, rangés du plus petit au plus grand : Olivier, Paul, Thibault et Victor et on note O, P, T et V leurs tailles respectives. Le trois écarts entre deux tailles successives étant les mêmes, la moyenne des tailles de Paul et Thibault est égale à la moyenne des quatre frères. Thibault mesurant  $184 - 178$  soit 6 cm de plus que la moyenne, Paul mesure 6 cm de moins que la moyenne et l'écart entre deux tailles successives est 12 cm. Et donc Paul mesure  $172$  cm et Olivier mesure  $172 - 12$  soit 160 cm.

**23. Réponse D.** On décompose 882 en facteurs premiers :  
 $882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ .

Comme les âges sont tous différents et inférieurs à 18, deux des âges sont nécessairement 7 et 14 (7 et  $7 \times 2$ ).

Le produit des deux autres âges doit alors être 9 qui n'est possible qu'avec 1 et 9.

Et la somme des quatre âges est  $1 + 7 + 9 + 14$  soit 31.

**24. Réponse D.** Avec la diagonale d'un petit carré gris comme unité, la nappe a pour aire  $5 \times 5$  soit 25 et le grand carré gris a pour aire 9.

Un carré de diagonale 1 a pour aire  $\frac{1}{2}$  donc l'aire des 16 carrés gris est 8. L'aire grise totale est donc  $9 + 8$  soit 17 et l'aire noire est  $25 - 17$  soit 8. La proportion de noir est donc  $\frac{8}{25}$  soit  $\frac{32}{100}$ .

(On peut aussi calculer l'aire des 16 petits carrés gris en remarquant que, dans la partie autour du grand carré gris, d'aire  $25 - 9 = 16$ , il y a autant de gris que de noir.)

**25. Réponse 7.** L'égalité «  $2 + 4 = 11$  » est fautive donc un des chiffres échangés est 2 ou 4. Si c'était 4 alors il aurait dû être échangé avec 9 puisque  $2 + 9 = 11$  ; et le calcul «  $9 - 3$  » n'aurait pas donné 6 comme résultat mais 1. Donc c'est 2 qui a été échangé et c'est avec 7 puisque  $4 + 7 = 11$ . Et le plus grand des deux chiffres échangés est 7.

On peut vérifier les cinq calculs donnés :  $1 + 5 = 6$ ,  $\underline{2} \times \underline{7} = 14$ ,  $3 \times 8 = 24$ ,  $\underline{7} + 4 = 11$  et  $9 - 3 = 6$ .

**26. Réponse 5.** Les sommes des chiffres de deux entiers naturels consécutifs diffèrent toujours de 1 sauf si le chiffre des unités du plus petit est 9. L'entier cherché  $n$  se termine donc par 9 et si  $x$  est le nombre de 9 par lequel il se termine, la somme de ses chiffres est égale à celle de  $n + 1$  augmentée de  $9x - 1$ . Ainsi  $9x - 1$  doit être divisible par 7 et  $x$  doit donc valoir au moins 4. Parmi les nombres se terminant par 9999 et inférieur à 99999, il y a un et un seul nombre divisible par 7 ainsi que son suivant, c'est 69999 (et 70000). 69999 est donc le plus petit des nombres qui conviennent et est formé de 5 chiffres.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »