

## KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

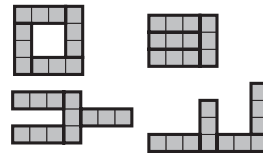
Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 70 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

### Kangourou 2017 - Corrigé du sujet « B »

**1. Réponse D.** Seule la rangée D n'a que deux cartes qui n'ont pas bougé (les cartes 0 et 7). Et les cartes 1 et 2 ont été échangées.

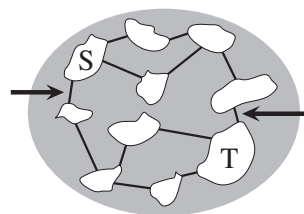
**2. Réponse E.** On peut faire les 4 premiers dessins comme montré ci-contre.

C'est le dessin E qui est impossible à faire.



**3. Réponse C.** Il y a 18 carreaux ( $3 \times 6$ ). Le tiers de 18 est 6 et la moitié est 9. Il reste donc  $18 - 9 - 6$ , soit 3 carreaux rouges.

**4. Réponse B.** On ne peut pas empêcher d'aller de S à T en fermant un seul pont mais on peut le faire en fermant 2 ponts, par exemple en fermant les 2 ponts indiqués par les flèches.



**5. Réponse E.** Avec les cinq nombres donnés, on ne peut obtenir deux sommes égales de deux nombres qu'en faisant  $14 + 6 = 20$  et  $11 + 9 = 20$ . Et le sixième nombre est égal à  $20 - 5$  soit 15.

**6. Réponse C.**

$$111 \times 222 = 111 \times (111 \times 2) = (111 \times 111) \times 2 = 12321 \times 2 = 24642.$$

**7. Réponse C.** Le nombre de pattes de 3 mouches et 2 araignées est  $(3 \times 6) + (2 \times 8) = 18 + 16$ . Comme 9 poules ont 18 pattes, il faut 4 chats pour les 16 autres pattes.

**8. Réponse A.** Les indications sur les masses permettent de classer du plus léger au plus lourd : Pato < Rhino < Jojo. Celui qui marche devant est Rhino qui est donc le moyen, puis vient Pato qui est le petit et le dernier est Jojo qui est le plus lourd. Cela correspond au dessin A.

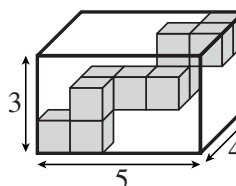
**9. Réponse E.** Si Pierre et Marie résolvent 5 questions à eux deux, Marie en résout une de plus que Pierre (3 pour Marie, 2 pour Pierre). S'ils en résolvent 50, c'est-à-dire 10 fois plus, Marie en résout donc 10 de plus que Pierre.

**10. Réponse B.** Les plis doivent être perpendiculaires à la ligne des trous (faite en perçant une seule fois 4 épaisseurs de papier). Le bon dessin est le B.

**11. Réponse D.** La différence de longueur entre le canapé 3 places et le canapé deux places est celle d'un coussin et vaut 60 cm ( $220 - 160 = 60$ ). Il en est de même entre le canapé deux places et le fauteuil dont la longueur est donc  $160 - 60$ , soit 100 cm.

**12. Réponse B.** En parcourant la suite de gauche à droite, Tom doit garder les plus grands chiffres tout en laissant à leur droite un nombre de chiffres suffisant pour que le nombre final ait sept chiffres. Il garde donc le premier 9 puis le seul 7 qui suit (car les chiffres plus grands que 7 se trouvent parmi les cinq derniers chiffres), puis le 8 et les quatre derniers chiffres. Le nombre obtenu est 9781920.

**13. Réponse B.** L'objet tel qu'il est représenté a une hauteur de 3, une profondeur de 4 et une largeur de 5. Les boîtes  $3 \times 3 \times 4$  et  $4 \times 4 \times 4$  sont trop petites pour le contenir. La boîte la plus petite possible qui le contient est la boîte  $3 \times 4 \times 5$ .



**14. Réponse E.** Si on a marché  $n$  km le lundi, on a marché  $n + 2$ ,  $n + 4$ ,  $n + 6$ ,  $n + 8$  les autres jours, soit  $5n + 20$  au total. Et on a  $5n + 20 = 70$ . Donc  $n = 10$  et on a parcouru 16 km le jeudi.



### Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.  
Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques...

Toutes les publications  
des Éditions du Kangourou  
sont présentées sur le  
site Internet  
[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

**15. Réponse E.** Nous avons représenté ci-contre les dessins successifs. Mais on pourrait aussi n'utiliser qu'un morceau



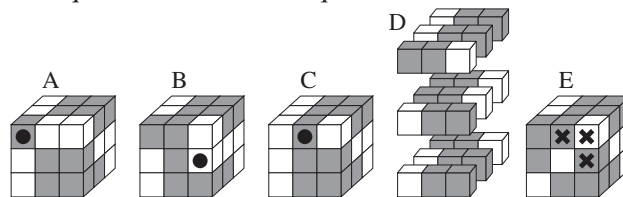
de kangourou (ou encore retrouver les symétriques du point noir à partir de la droite et voir qu'ils sont à côté de la queue sur les premiers dessins).

**16. Réponse D.** Quel que soit le nombre auquel on ajoute ou soustrait 1, la variation sera la même ; par contre, il faut utiliser la multiplication par 2 sur le nombre le plus grand possible. Donc : commencer par ajouter 1, puis multiplier par 2 et soustraire 1 en dernier.

**17. Réponse D.** Les aires des carrés sont  $4 \text{ cm}^2$ ,  $16 \text{ cm}^2$  et  $36 \text{ cm}^2$ . L'aire de l'intersection des deux plus petits carrés vaut le quart du petit carré soit  $1 \text{ cm}^2$ . L'aire de l'intersection des deux plus grands carrés vaut le quart du carré moyen soit  $4 \text{ cm}^2$ . Pour obtenir l'aire de la figure, il faut ôter les aires des intersections à la somme des aires des 3 carrés :  $4 + 16 + 36 - 4 - 1 = 51$ . L'aire de la figure est  $51 \text{ cm}^2$ .

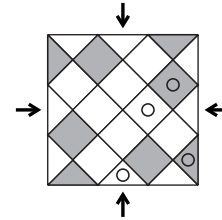
**18. Réponse A.** Alice n'a pris ni 24 ni 20, elle est donc passée après Berthe et Céline. Céline n'ayant pas pris 45, c'est Berthe qui est passée la première. L'ordre de passage est donc : Berthe, Céline, Alice.

**19. Réponse D.** Une des manières de faire le cube D est montrée ci-dessous. Les cubes A, B et C sont impossibles : dans chaque cas, le cube que nous avons marqué d'un point noir ne peut pas être l'un des cubes d'une barre de trois cubes formée de deux gris et un blanc. Le cube E est impossible : chacun des cubes gris avec une croix devrait être de la même barre que le cube blanc marqué d'une croix.



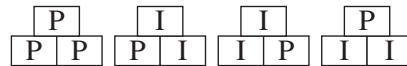
**20. Réponse D.** Seulement trois kangourous se dirigent vers la gauche. Pour n'être plus nez à nez avec un kangourou se dirigeant vers la droite, le premier devra échanger avec trois kangourous et chacun des deux derniers avec cinq kangourous. Il y aura donc  $3 + 5 + 5$ , soit 13 échanges.

**21. Réponse A.** Il faut échanger au moins une dalle triangulaire (avec une autre triangulaire) et une dalle carrée (avec une autre carrée). Et c'est possible en faisant les échanges indiqués par les petits ronds sur la figure. Le minimum d'échanges à faire est donc 2.

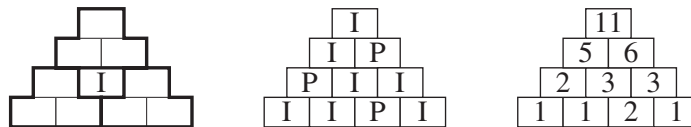


**22. Réponse C.** En prenant 6 billes, on a au moins une verte, donc le sac contient au plus 5 rouges. En prenant 5 billes, on a au moins une rouge, donc le sac contient au plus 4 vertes. Et le sac contient donc au maximum 5 billes rouges et 4 billes vertes, soit 9 billes. (Il peut en contenir moins, par exemple 3 rouges et 3 vertes.)

**23. Réponse D.** Dans tout morceau de la pyramide constitué de trois blocs, l'un au-dessus des deux autres, il ne peut y avoir que 2 nombres impairs au plus. Voici les 4 cas possibles :



Le premier dessin ci-dessous montre qu'on ne peut pas placer plus de 7 nombres impairs dans la pyramide (il y en a au plus 2 dans chacun des trois morceaux indiqués et 1 au milieu). Et on arrive alors à remplir la pyramide avec 7 nombres impairs (deuxième ou troisième dessin). Le maximum est donc 7.



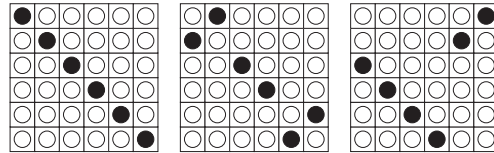
**24. Réponse E.** Les 3 régions, autres que la queue, se touchent 2 à 2 donc il faudra utiliser au moins 3 couleurs pour le coloriage.

En utilisant 4 couleurs, il y a  $4 \times 3 \times 2 \times 1$ , soit 24 coloriages différents possibles (on a le choix de 4 couleurs pour colorier une première région, puis de 3 couleurs pour une deuxième région, de 2 couleurs pour une troisième région et on utilise la dernière couleur pour la quatrième région).

En utilisant 3 couleurs, il y a  $4 \times 3 \times 2$ , soit 24 coloriages différents possibles pour les 3 régions autres que la queue et alors la queue doit être de la même couleur que la tête.

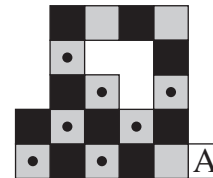
Au total, cela fait  $24 + 24$  soit 48 coloriages différents pour Joey.

**25. Réponse 6.** Avec 5 lampes allumées au départ c'est impossible (démonstration ci-dessous) et on peut n'allumer que 6 lampes au départ comme dans les exemples ci-dessous. 6 est donc le minimum cherché.



Démonstration. Soit  $p$  la somme des périmètres (en côtés de case) de toutes les régions avec des cases allumées. Lorsqu'une lampe s'allume,  $p$  ne peut pas augmenter car : le contour des régions allumées diminue de 2 côtés au moins (les côtés qui touchent la nouvelle lampe) et ne peut augmenter que de 2 nouveaux côtés au plus. Sachant qu'à la fin  $p$  doit valoir 24 (périmètre du carré de côté 6),  $p$  doit valoir au moins 24 au départ. Mais avec 5 lampes allumées ou moins,  $p$  vaut au maximum  $5 \times 4$  soit 20.

**26. Réponse 7.** Transformons la figure en damier alternant cases grises et cases noires. Il y a un nombre impair de cases (19) à parcourir. La première case sur laquelle Tim va passer est grise, il finira donc son déplacement sur une case grise.



Tim ne peut pas finir sur la première case, ni sur l'une des deux cases grises du haut (s'il y finissait, il ne serait passer que sur une seule des deux cases noires voisines).

Et on peut vérifier qu'il peut effectivement finir son déplacement sur chacune des 7 cases marquées d'un point noir.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 5 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »