

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

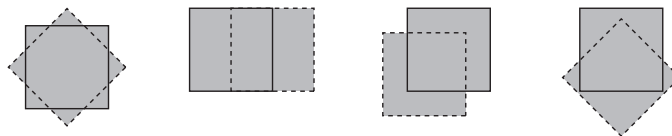
Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une soixantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2016 - Corrigé du sujet « P »

1. Réponse **D**. Il y a 3 entiers entre 17,03 et 20,16 : 18, 19 et 20.
2. Réponse **E**. Le palindrome est RESSASSER.
3. Réponse **A**. La partie à trois points du nœud papillon de Pipo est du côté de son épaule droite. Quand Pipo se regarde dans le miroir, il voit cette partie à droite avec le point noir au-dessus des deux points blancs (comme dans le dessin A).
4. Réponse **E**. Il y a en tout 55×9 soit $5 \times 11 \times 9$ petits cubes. Kangou peut donc faire 99 tours de 5 cubes.
5. Réponse **A**. Le dessin obtenu est le symétrique du premier dessin par rapport à la première bissectrice (d'équation $y = x$).
6. Réponse **B**. D'après le patron de la boîte, la face D sera opposée à la A et la face E opposée à la C. Si la boîte est ouverte, la face B sera donc sur la table.
7. Réponse **C**. La plus petite somme étant celle des âges de Mélanie et Océane, c'est Pauline la plus âgée. On obtient le double de son âge en soustrayant la somme des âges de Mélanie et Océane des deux autres sommes : $33 + 32 - 31 = 34$. $34 = 2 \times 17$. Pauline, la plus âgée, a 17 ans.
8. Réponse **A**. Voici comment obtenir les figures B, C, D et E :



La figure E rappelle que la diagonale du carré est plus longue que son côté et, donc, que la figure A est impossible.

Kangourou 2016 - Corrigé du sujet « P »

9. Réponse D. Une semaine c'est 7×24 heures. $2016 = 7 \times 24 \times 12$.
Donc 2016 heures font 12 semaines.

10. Réponse C. Béa et Pia se font face : l'une a l'oreille droite sur l'oreiller et l'autre la gauche. Marie et Karine se tournent le dos : l'une a l'oreille droite sur l'oreiller et l'autre la gauche. Deux filles ont donc l'oreille droite sur l'oreiller (une parmi Béa et Pia, une parmi Marie et Karine).

11. Réponse B. En coupant la bande en trois, on aura au moins un nombre de 4 chiffres. Pour que ce nombre de 4 chiffres soit le plus petit possible, on peut prendre son chiffre des milliers égal à 1 en découpant ainsi : $258+1953+764$. La somme obtenue est alors 2975. Et on ne peut pas trouver de somme plus petite (les 2 seuls autres découpages en nombres de 3, 3 et 4 chiffres sont $2581+953+764$ et $258+195+3764$ de sommes respectives 4298 et 4217).

12. Réponse C. Soient X et Y les deux angles aigus du triangle rectangle. On a $X+Y=90^\circ$. Sachant que $x=180^\circ-X$ et $y=180^\circ-Y$, on a :
 $x+y=2 \times 180^\circ - (X+Y) = 2 \times 180^\circ - 90^\circ = 270^\circ$.

13. Réponse C. Chaque chat a 4 pattes et une langue donc 3 pattes de plus que de langue(s). S'il y a 18 pattes de plus que de langues, comme $18 = 3 \times 6$, c'est que le nombre de chats est 6.

14. Réponse B. Il faut déplacer au moins le E et le V de 2 lettres vers la droite, ce qui nécessite 4 échanges. Et on peut le faire, par exemple, de cette manière : VELO, VLEO, VLOE, LVOE, LOVE.

15. Réponse C. $12 \times 5 = 60$. 12 % c'est 5 fois moins que 60 % donc les professeurs qui viennent en voiture sont cinq fois moins nombreux que ceux qui viennent à vélo. Ils sont donc $\frac{45}{5}$, soit 9.

16. Réponse D. Au moment de la découpe, le papier comporte 8 épaisseurs (pliées 2 à 2), donc 4 morceaux manqueront au disque. Les figures C et D sont dans ce cas, mais seule D convient car la dernière pliure est à 45° et l'angle intérieur du morceau ôté est donc de $2 \times 45^\circ$ soit 90° .

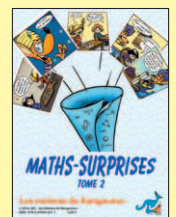
17. Réponse E. Pour que la perle rouge représente 10 % des perles, il faut 9 perles bleues. Il faut donc enlever 40 des 49 perles bleues.



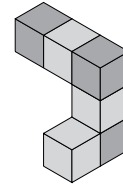
Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



18. Réponse B. Pour chaque vue, on peut mentalement tourner l'assemblage pour, en partant de l'extrémité gris clair, placer les 4 premiers cubes comme le modèle. Alors les 2 derniers cubes sont bien vers l'avant pour A, C, D et E mais pas pour B où ils seraient vers l'arrière comme représenté ci-contre.



19. Réponse C. Dan a rencontré tous les autres, donc André n'a rencontré que Dan. Chris a donc rencontré Dan, Boris et Eugène et les deux que Boris a déjà rencontrés sont Dan et Chris. On conclut qu'Eugène a déjà rencontré 2 des amis (Dan et Chris) mais pas les autres (André et Boris).

20. Réponse E. Théo pense qu'il est 12 h 00 donc Théo voit 12 h 05 donc il est 12 h 15. S'il est 12 h 15, Léo voit 12 h 20 et pense qu'il est 12 h 30.

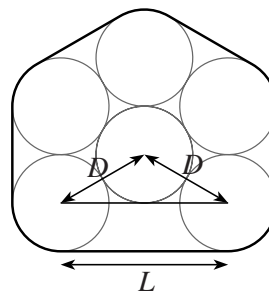
21. Réponse A. Les dates du XXI^e siècle vont du 01/01/2001 au 31/12/2100. Seules les années commençant par « 20 » pourraient donner des dates *surprenantes* (il y a deux « 0 » dans 2100). Or les numéros des dix premiers mois ont déjà un « 0 », celui de novembre a deux « 1 » et celui de décembre a déjà un « 2 ». Aucune date du XXI^e siècle ne pourra donc être *surprenante*.

22. Réponse B. Il y a trois angles droits (les 3 marqués à des sommets de la face arrière du cube) car chaque arête du cube est perpendiculaire aux faces opposées qu'elle joint (et donc à toute droite de ces faces). Le quatrième angle vaut 60° car c'est l'angle d'un triangle équilatéral formé de trois diagonales de face. La somme des quatre angles vaut donc $(3 \times 90^\circ) + 60^\circ$, soit 330°.

23. Réponse E. Au total, les 12 filles ont consommé $12 \times 1,5$ soit 18 crêpes. Or 10 filles ont pris des crêpes, une ou deux chacune. Comme $18 - 10 = 8$, c'est que 8 filles ont pris 2 crêpes.

24. Réponse C. En notant D le diamètre des tuyaux et P leur périmètre et en sommant les longueurs de ruban (découpé, pour le calcul, aux points de tangence), on trouve les longueurs suivantes :

- pour A et B, $P + 6D$,
- pour C, $P + 4D + L$, avec $L < 2D$ (voir figure),
- pour D, $P + 10D$.



C'est donc l'option C qui utilise le moins de ruban.

Remarque : en entourant les tuyaux, pour chaque option, on tourne bien au total d'exactly un tour soit 360°. Les angles au centre pour les portions de rubans adhésifs sur les parties circulaires sont :

120°, 120° et 120° (pour A), 120°, 60°, 120° et 60° (pour B),
 90°, 60°, 60°, 60° et 90° (pour C), 180° et 180° (pour D).

25. Réponse 8.

• On peut obtenir 0 comme produit (avec par exemple les nombres $0 + 1 + 2 + 3 + 14$).

• Pour des produits différents de 0, il ne faut pas prendre 0 et donc trouver toutes les possibilités d'obtenir 20 comme somme de 5 nombres différents (pris parmi les nombres de 1 à 20). Cherchons ces quintuplets en commençant par prendre des nombres les plus petits possibles :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 10.$$

$$1 + 2 + 3 + 5 + 9.$$

$$1 + 2 + 3 + 6 + 8 \text{ (et il n'y a pas d'autre possibilité avec 1, 2 et 3).}$$

$$1 + 2 + 4 + 5 + 8.$$

$$1 + 2 + 4 + 6 + 7 \text{ (et il n'y a pas d'autre possibilité avec 1, 2 et 4).}$$

Avec 1, 2 et 5, il n'y a aucune possibilité et c'en est fini avec 1 et 2.

$$1 + 3 + 4 + 5 + 7 \text{ est la seule possibilité avec 1 et 3 (sans 2).}$$

Avec 1 (et sans 2 ni 3), il n'y a aucune possibilité (toute somme serait supérieure ou égale à 23, somme de 1, 4, 5, 6 et 7).

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 \text{ est alors la seule possibilité restante.}$$

Et il y a donc 7 façons de choisir les cinq nombres, donnant 7 produits différents.

Avec le produit nul, cela fait 8 produits différents.

26. Réponse 6. Marquons chaque cube d'un nombre égal au numéro du jour où il devient gris. Le cube initial est marqué par le nombre 0 au niveau IV. Les cubes grisés au fil des jours sont marqués successivement 1, 2, 3, 4 et 5 pour le 5^e jour. Ainsi, on marque successivement, sur un même niveau, un nombre augmenté de 1 sur tout cube touchant un cube déjà marqué, et d'un niveau à l'autre, un nombre augmenté de 1 sur tout cube qui est juste au-dessous un cube déjà marqué.

2	1	2	3
1	0	1	2
2	1	2	3
3	2	3	4

Niveau IV

3	2	3	4
2	1	2	3
3	2	3	4
4	3	4	5

Niveau III

4	3	4	5
3	2	3	4
4	3	4	5
5	4	5	

Niveau II

5	4	5	
4	3	4	5
5	4	5	
	5		

Niveau I

Il reste donc 6 cubes blancs à la fin du cinquième jour.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »