

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions et demi de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une soixantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2015 - Corrigé du sujet « P »

1. Réponse E. La figure ayant la moitié de son aire grisée est celle qui a 5 triangles grisés et 5 non grisés.

2. Réponse B. Le produit donné est de l'ordre de 20×50 , soit 1000 et loin de 10 fois plus ou 10 fois moins.

3. Réponse D. Dans le diagramme circulaire, l'aire du secteur gris est plus grande que celle du secteur blanc, elle-même supérieure à celle du secteur noir. La bonne réponse ne peut donc être que A ou D. Et c'est D car la somme des aires blanches et noires doit être supérieure à la grise.

4. Réponse E. La fraction inférieure à 2 est celle dont le numérateur est inférieur au double du dénominateur : $23 < 12 \times 2$.

5. Réponse C. Il y a un poisson sur chaque carte dont une face est un poisson ou un chien. Comme on voit 2 faces avec un chien et une avec un poisson, il y a au total $2 + 1$, soit 3 poissons.

6. Réponse E. Sur le dessin E, on voit la suite de lettres « OOK » qui est bien écrite dans cet ordre sur le parapluie. Pour A, C et D, une des lettres R, G ou N est écrite à l'envers. Pour B, le « R » est entre deux « O », ce qui n'est pas le cas dans KANGAROO.

7. Réponse La différence d'âges des deux sœurs peut être toute valeur entre 3 ans et 1 jour et 5 ans moins 1 jour (la plus petite valeur correspond aux 31 décembre 1997 et 1^{er} janvier 2001 ; la plus grande aux 1^{er} janvier 1997 et 31 décembre 2001). Elle peut donc être inférieure, égale ou supérieure à 4 ans mais est toujours supérieure à 3 ans.

Kangourou 2015 - Corrigé du sujet « P »

8. Réponse C. Avec le patron de cube erroné de Fougou, il y a deux faces opposées à la face du carré 7 : les carrés 2 et 3 qui se superposeraient après pliage. Pour obtenir un patron de cube correct d'un seul morceau, c'est le carré 3 qu'il faut enlever.

9. Réponse E. En 10 jours, les 5 poules à « un œuf par jour » pondent 50 œufs. Les cinq autres poules en pondent la moitié, soit 25. Donc, en 10 jours, ces 10 poules pondent $50 + 25$, soit 75 œufs.

10. Réponse A. Si le chevauchement des deux premières bandes est de 10 cm, il reste 20 cm de chaque côté du chevauchement. Chaque bande mesure donc 30 cm. Si on veut que le deuxième assemblage mesure 56 cm, soit 4 cm de moins que la longueur totale des deux bandes, le recouvrement doit être de 4 cm.

11. Réponse E. Comme l'écureuil ne s'éloigne pas à plus de 5 m du tronc de son arbre, c'est qu'il reste dans le disque de centre P et de rayon 5 m.

Comme il ne s'approche pas à moins de 5 m de la niche du chien, c'est qu'il reste à l'extérieur du disque de centre N et de rayon 5 m.

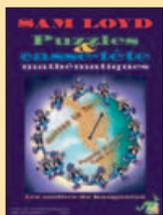
12. Réponse B. Le nombre maximum de garçons dans la classe est le nombre de jours dans une semaine, soit 7. Le nombre maximum de filles dans la classe est le nombre de mois dans l'année, soit 12. Au total, cela fait $7 + 12$, soit 19 élèves. Et dès qu'un élève, fille ou garçon, arrive en plus, une des deux conditions ne sera plus vraie.

13. Réponse E. Le jour dont la somme des chiffres est la plus grande est le 29. Le mois dont la somme des chiffres est la plus grande est le 09. La plus grande somme de Merline est donc $2 + 9 + 0 + 9 = 20$ pour le 29/09.

14. Réponse B. Plutôt que d'effectuer le calcul tel qu'il est décrit, on obtient le résultat de Paul en ajoutant les résultats de 50 soustractions ; comme ceci :

$$\begin{aligned} & (2+4+6+\dots\dots+98+100) - (1+3+5+\dots\dots+97+99) \\ & = \\ & (2-1) + (4-3) + (6-5) + \dots\dots + (98-97) + (100-99) \\ & = \\ & 50 \end{aligned}$$

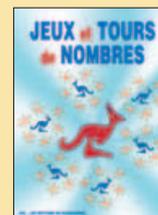
puisque chacune des 50 parenthèses, de $(2-1)$ à $(100-99)$, vaut 1.



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

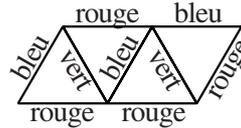
Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>



15. Réponse B. Dans l'égalité fausse, le membre de gauche est égal à $2 - 22$, soit -20 . L'égalité sera juste si le membre de gauche vaut 20 de plus, ce qu'on peut faire en ajoutant 10 au lieu de soustraire 10. Et le minimum de changements pour cela est 2, en changeant « - » en « + » devant deux des 5.

16. Réponse A. Les 2 autres côtés du triangle portant le « ? » sont forcément bleu ou vert (un de chaque) car chacun appartient à un triangle ayant déjà un côté rouge. Le côté marqué « ? » est donc rouge.



Et on peut alors compléter toute la figure comme montré ci-dessus.

17. Réponse C. La somme des nombres de points obtenus par les candidats est 6×100 , soit 600. Ceux qui ont réussi totalisent 8×60 , soit 480 points. Les 40 candidats qui ont échoué totalisent donc $600 - 480$ soit 120 points.

Leur moyenne est donc $\frac{120}{40} = 3$.

18. Réponse A. Les trois positions du dé indiquent que le dé a au moins 2 faces « Oui », 2 faces « Non » et une face « Peut-être ». S'il n'y avait que deux « Oui », alors la troisième position serait incompatible avec le dé de la deuxième position : étant donné le sens d'écriture du « Oui », il devrait y avoir « Peut-être » à la place d'un des deux « Non ».

Il y a donc 3 faces « Oui » et la probabilité d'obtenir « Oui » est $\frac{1}{2}$.

19. Réponse D. Il est tombé, par m^2 , 15 litres ou 15 dm^3 ou $0,015 \text{ m}^3$. Le niveau de l'eau est donc monté de 0,015 m, soit 1,5 cm.

20. Réponse C. Les nombres d'antennes de RK1, RK2 et RK3 étant respectivement x , y et z , on a : $y + z = 8$, $x + z = 7$ et $x + y = 5$.

Membre à membre, en ajoutant les deux premières égalités et en soustrayant la troisième, on obtient : $2z = 8 + 7 - 5$; donc $2z = 10$ et $z = 5$. RK3 a 5 antennes.

21. Réponse B. Chacune des réponses des cinq élèves contredisant les 4 autres, au plus un élève peut dire la vérité et avoir été présent au lycée la veille. Luc en disant « aucun » ne peut pas dire la vérité. 1 seul élève était donc au lycée hier et c'est Marc qui est seul à dire la vérité.

22. Réponse B. Soit \mathcal{L} et ℓ les longueur et largeur du rectangle. On a, en cm, $2\mathcal{L} + \ell = 44$ et $\mathcal{L} + 2\ell = 40$. D'où, en ajoutant membre à membre : $3(\mathcal{L} + \ell) = 84$.

Et le périmètre du rectangle est $2(\mathcal{L} + \ell) = \frac{2}{3} \times 84$, soit 56 (en cm).

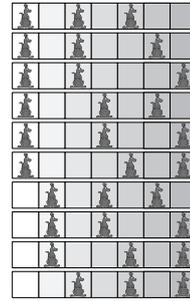
23. Réponse D. Numérotons les cases de 1 à 7 (de la case blanche la plus à gauche, numérotée 1, à la case gris foncé la plus à droite numérotée 7).

• Il y a 6 placements possibles avec un kangourou dans la case 1 : les autres étant dans 3 et 5, ou 3 et 6, ou 3 et 7, ou 4 et 6, ou 4 et 7, ou 5 et 7.

• Il y a 3 placements possibles avec un kangourou dans la case 2 : les autres étant dans 4 et 6, ou 4 et 7, ou 5 et 7.

• Il n'y a qu'un placement possible sans kangourou dans les deux premières cases : ils ont alors dans 3, 5 et 7.

Au total, il y a 10 manières de placer les kangourous comme indiqué.



24. Réponse C. Si les 5 cartes portaient des nombres différents a, b, c, d, e , alors les 4 nombres $a + b, a + c, a + d, a + e$, seraient aussi différents ; or il n'y a que 3 valeurs possibles.

Il y a donc 2 cartes portant le même nombre a . Et $a + a$ vaut 70 (seul résultat pair). Donc $a = 35$.

Deux autres cartes portent donc les nombres $b = 57 - 35 = 22$ et $c = 83 - 35 = 48$.

La dernière carte ne peut alors que porter 35 (si elle porte un autre nombre, alors sa somme avec 35 ou avec 22 ou avec 48 serait un autre nombre que 70, 57 ou 83). Les 5 cartes portent donc 35, 35, 35, 22 et 48. Et le plus grand des cinq est 48.

25. Réponse 6. Si 1 et 2 sont rouges alors 3 (égal à $2 + 1$) sera rouge, ainsi que 4 (égal à $3 + 1$) et 5 (égal à $4 + 1$).

Si 1 est rouge, 2 bleu et 3 rouge, alors 4 (égal à $3 + 1$) est rouge et 5 (égal à $4 + 1$) est rouge aussi.

Si 1 est rouge, 2 bleu et 3 bleu, alors 5 (égal à $2 + 3$) est bleu et 4 est bleu aussi car sinon 5 (égal à $4 + 1$) devrait être rouge.

Cela fait 3 coloriations possibles si 1 est rouge.

De même si 1 est bleu, on trouvera 3 autres coloriations.

Au total, il y a 6 manières de colorier les cinq nombres.

26. Réponse 4. La fourmi doit faire un circuit passant par chacun des 8 sommets. Chaque sommet est l'extrémités de 3 arêtes, la fourmi doit donc y faire deux passages et parcourir au moins deux fois l'une des trois arêtes. Pour les 8 sommets (jointes deux à deux par une arête), il faudra donc parcourir deux fois au moins 4 arêtes.

Et on peut facilement trouver un circuit empruntant une fois chaque arête, sauf quatre, parcourues deux fois.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »