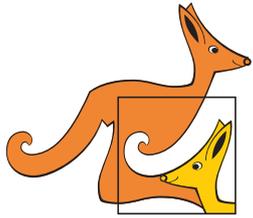


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

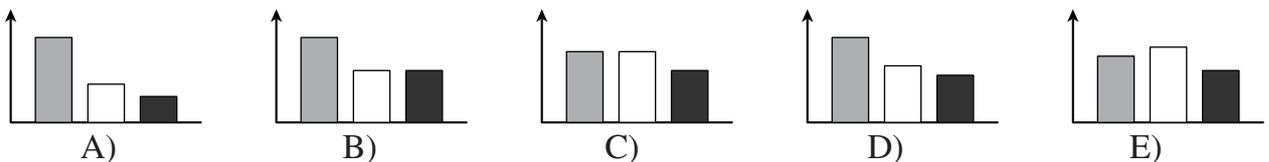
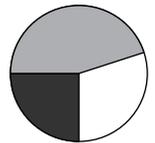
Jeu-concours 2015 — Durée : 50 minutes

Sujet J

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau : [2^{de}], [1^{re} non S] et [T^{ale} non S] des lycées d'enseignement général et technologique.
-

1 Parmi les nombres suivants, lequel est le plus proche du produit $20,15 \times 51,02$?
A) 100 B) 1 000 C) 10 000 D) 100 000 E) 1 000 000

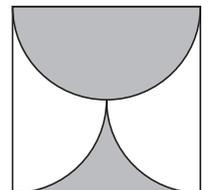
2 Voici un diagramme circulaire réalisé à partir des effectifs de trois espèces de champignons recensés lors d'une sortie en forêt (les secteurs angulaires sont proportionnels aux nombres de champignons).
Quel est l'histogramme réalisé avec les mêmes nombres ?



3 Kangourou a un jeu constitué de cubes et de cylindres en bois. Il aligne un certain nombre de cubes puis pose un cylindre entre chaque paire de cubes voisins. Il a alors utilisé 29 pièces de son jeu. Combien de cubes a-t-il alignés ?
A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 15

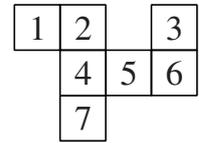
4 Sur la figure, la partie grisée du carré est limitée par un demi-cercle et deux quarts de cercle. Quelle fraction de l'aire du carré est grisée ?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{1}{2}$



5 Trois sœurs Anne, Berthe et Claudie ont acheté un sac de 30 petits gâteaux. Chacune a pris 10 gâteaux. Toutefois Anne a payé 80 centimes, Berthe 50 et Claudie 20. Si les gâteaux avaient été répartis proportionnellement au prix payé par chacune, combien de gâteaux Anne aurait-elle eus ?
A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

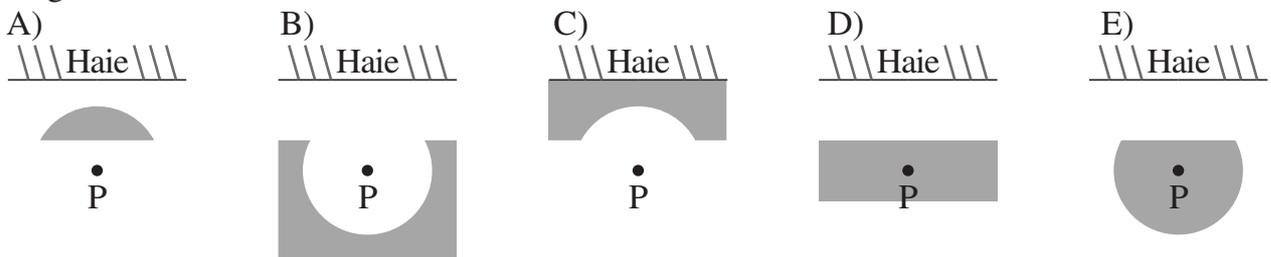
- 6** Voulant réaliser un cube, Fougou a dessiné le patron ci-contre qui a 7 carrés au lieu de 6. Pour avoir un patron d'un seul morceau lui permettant d'obtenir un cube par pliage, quel carré doit-il enlever ?
 A) le 1 B) le 2 C) le 3 D) le 6 E) le 7



- 7** Une classe a 33 élèves. L'informatique et le théâtre sont optionnels mais chaque élève doit choisir au moins une de ces deux matières. Trois élèves choisissent les deux. Il y a deux fois plus d'élèves qui choisissent seulement l'informatique que d'élèves qui choisissent seulement le théâtre. Quel est le nombre d'élèves de cette classe qui choisissent l'informatique ?
 A) 15 B) 18 C) 19 D) 22 E) 23

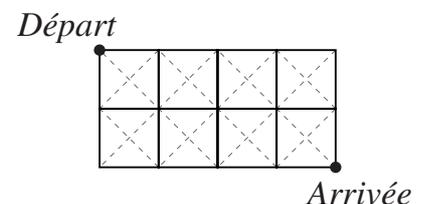
- 8** La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est définie par $f(x) = 2015x^{17} - 2$. Le réel h est tel que $f(h) = -2015$. Combien vaut $f(-h)$?
 A) 2011 B) 2013 C) 2015 D) 2017 E) 2019

- 9** Victor souhaite déterrer un trésor qu'il a enterré dans son jardin il y a quelques années. Mais il ne se souvient que de deux choses : il a enterré le trésor au moins à cinq mètres de la haie et au plus à cinq mètres du tronc d'un vieux poirier (P). Laquelle des figures suivantes montre, en gris, la zone où chercher le trésor ?



- 10** Rangés dans cet ordre, les quatre chiffres, différents et non nuls, W, X, Y, Z , sont en ordre croissant. On forme deux nombres de deux chiffres : «XZ» en accolant les chiffres X et Z , et «WY» en accolant W et Y . Quelle est la plus grande différence possible entre les deux nombres formés ?
 A) 16 B) 50 C) 56 D) 61 E) 86

- 11** Le côté de chacun des huit carrés de la figure est 1. En se déplaçant uniquement le long des côtés ou des diagonales de ces huit carrés, quelle est la distance minimale à parcourir pour aller du point *Départ* au point *Arrivée* ?
 A) $2\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ C) $2 + 2\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 6

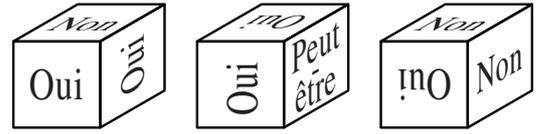


- 12** Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les courbes représentatives des fonctions $f(x) = x^2$ et $g(x) = -2x$. En combien de régions ces deux courbes partagent-elles le plan ?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 13** Parmi les entiers suivants, lequel n'est, ni le carré, ni le cube d'un entier ?
 A) 6^{13} B) 5^{12} C) 4^{11} D) 3^{10} E) 2^9

- 14** Kangourou a une boîte de 100 bougies. Il en allume une chaque soir et la laisse se consumer. Avec les restes de 7 bougies consumées, il fait une nouvelle bougie entière. Combien de soirs, au maximum, Kangourou pourra-t-il allumer une bougie entière ?
 A) 112 B) 114 C) 115 D) 116 E) 117

- 15** Pour prendre une décision, Jean dispose d'un dé à six faces sur lesquelles figurent soit « Oui », soit « Non », soit « Peut-être ». La figure montre ce dé dans trois positions ; quelle est la probabilité que le jet de ce dé amène un « Oui » ?

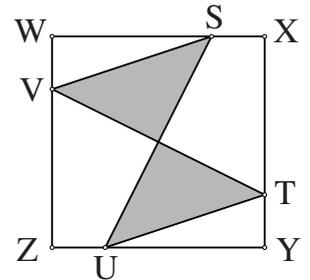


- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

- 16** On a construit trois robots munis d'antennes. Ces trois robots, RK1, RK2 et RK3, se retrouvent seuls. RK1 dit « Je vois 8 antennes », RK2 dit « Je vois 7 antennes » et RK3 dit « Moi, je ne vois que 5 antennes ». Aucun des trois ne peut voir ses propres antennes. Quel est le nombre d'antennes de RK3 ?
 A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

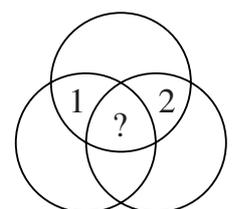
- 17** Un récipient a la forme d'un parallélépipède rectangle et repose sur sa base carrée de côté 10 cm. Il est rempli d'eau sur une hauteur de h cm. Un cube en plomb, de 2 cm de côté, y est alors plongé. Quelle est la valeur minimale de h pour que ce cube soit dans l'eau sans en dépasser ?
 A) 1,90 cm B) 1,92 cm C) 1,96 cm D) 1,98 cm E) 2 cm

- 18** Le carré WXYZ a pour aire 16. Les points S, T, U et V sont sur les côtés de ce carré tels que $WS = XT = YU = ZV$. Si $WS = 3 SX$, quelle est l'aire de la partie grisée de la figure ?
 A) 4 B) 5
 C) 6 D) 7
 E) 8



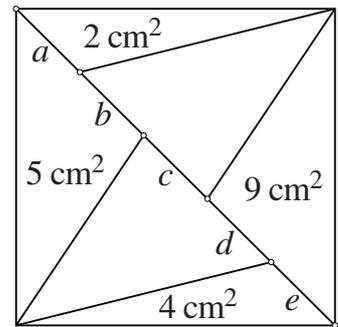
- 19** Mme Castor demande à 5 de ses élèves combien parmi eux étaient au lycée hier. Luc répond « aucun », Marc dit « 1 seul », Nina dit « 2, ni plus, ni moins », Olga dit « 3 exactement » et Prune dit « 4 ». Mme Castor sait que ceux qui ne disent pas la vérité sont ceux qui n'étaient pas au lycée hier. Combien de ces cinq élèves étaient au lycée hier ?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

- 20** La figure montre sept régions incluses dans trois cercles. Dans chacune on souhaite écrire un nombre de sorte que tout nombre écrit dans une région soit la somme des nombres des régions « voisines ». Deux de ces nombres sont imposés. Quel sera le nombre dans la région centrale ?
 Note : deux régions sont dites voisines si leurs frontières ont plus d'un point en commun ; par exemple, les régions avec 1 et 2 ne sont pas voisines.
 A) 0 B) -3 C) 3 D) -6 E) 6



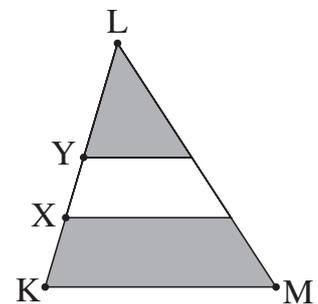
- 21** 70 % des candidats à un test de gymnastique ont réussi le test. La moyenne de tous les candidats s'étant présentés est 20. La moyenne de ceux qui ont réussi est 23. Quelle est la moyenne des candidats ayant échoué ?
 A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

- 22** Un carré d'aire 30 cm^2 est partagé en deux par sa diagonale, puis divisé en triangles comme indiqué sur la figure. Si les aires de certains triangles étaient celles indiquées, quel morceau de diagonale serait le plus long ?
 A) a B) b
 C) c D) d
 E) e



- 23** Parmi les n entiers consécutifs $1, 2, 3, \dots, n-1$ et n , on en écarte un et la moyenne des nombres restants est 4,75. Quel nombre a été écarté ?
 A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) impossible à déterminer

- 24** Dans le triangle KLM, on a tracé deux parallèles à (KM) passant par les points X et Y (voir figure). Si les deux aires grisées sont égales et si $\frac{LX}{XK} = 4$, combien vaut $\frac{LY}{YK}$?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

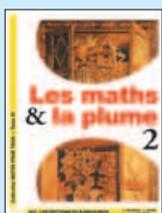


Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Pour 5 points pris sur une droite, les distances entre ces points sont, rangées par ordre croissant : $k, 11, 14, 17, 21, 25, 27, 31, 38$ et 52 . Combien vaut k ?
- 26** Une fourmi se promène sur les arêtes d'un cube (de côté 1). Elle part d'un sommet, veut parcourir chaque arête et revenir à son point de départ. Quelle distance minimale parcourra la fourmi sur des portions qu'elle aura déjà empruntées au cours de sa marche ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques



www.mathkang.org