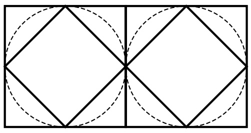
KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions et demi de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une soixantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2014 - Corrigé du sujet « P »

1. Réponse **D.** L'étoile a 9 branches.

2. Réponse **E.** On voit 4 carrés (2 à côtés horizontaux et verticaux et 2 autres) et 4 est la plus grande des cinq réponses proposées.



3. Réponse **D.** Le gros morceau fait la moitié du gâteau. Il pèse donc 450 g.

4. Réponse **D.** La somme des longueurs du rectangle est égale au périmètre du carré et la somme de ses largeurs au côté du carré.
Le périmètre du rectangle est donc $\frac{5}{4}$ de celui du carré soit 80 cm.

5. Réponse **C.** Le nombre de cubes au départ est $5 \times 5 \times 5 = 125$.
Il reste le socle (de 5×5 cubes) et 9 colonnes de hauteur 4.
Le nombre de cubes enlevés est donc $125 - 25 - 36 = 64$.

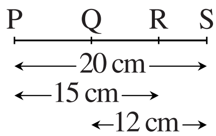
6. Réponse **C.** Vu de derrière, l'anneau gris est à gauche et il passe devant le blanc dans sa partie haute et derrière le blanc dans sa partie basse : le dessin C représente les anneaux vus de derrière.

7. Réponse **B.** Après avoir divisé par 11×111, cela revient à comparer 4×7 (28), 5×6 (30), 7×4 (28), 8×3 (24) et 9×2 (18). Des cinq calculs, c'est donc 55×666 qui donne le résultat le plus grand.

8. Réponse **E.** Le cube de côté 3 aura $3 \times 3 \times 3$, soit 27 petits cubes.
$27 - 7 = 20$; il faut 20 cubes supplémentaires.

9. Réponse **E.** Pour les huit carreaux visibles, l'aire grisée vaut 5 (en carreaux) et l'aire noire vaut 3. Il est donc impossible de rendre les deux aires égales en rajoutant un seul carreau.

10. Réponse **E.** P, Q, R et S étant alignés dans cet ordre, le dessin ci-contre reprend les données de l'énoncé.

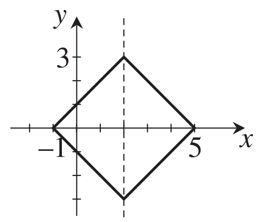


On a : $RS = PS - PR = 20 - 15 = 5$.
Et $QR = QS - RS = 12 - 5 = 7$.

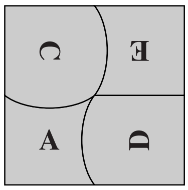
11. Réponse **C.** Sur la table, on voit 13 jetons (5 jetons noirs, 4 blancs et 4 gris). Avec les 5 que Jasmine a dans la poche, cela fait 18 jetons au total. Il y a donc $18 \div 3$, soit 6 jetons de chaque couleur. Jasmine a donc 2 jetons blancs dans sa poche.

12. Réponse **D.** Doubler la circonférence de la base multiplie par 4 l'aire de cette base. Le volume étant proportionnel à l'aire de la base, il est multiplié lui aussi par 4.

13. Réponse **B.** Une diagonale est portée par le premier axe de coordonnées. L'autre est donc parallèle au deuxième axe ; elle a pour milieu le point $(2\,;0)$ et pour longueur 6. Les deux autres sommets sont donc $(2\,;-3)$ et $(2\,;3)$.



14. Réponse **B.** Pour les 4 pièces formant le carré, on doit avoir autant de bords arrondis « concaves » que de « convexes ». Cela n'est possible qu'en enlevant la pièce B (on a alors 3 bords concaves et 3 convexes). Le dessin ci-contre montre un carré construit avec A, C, D et E.



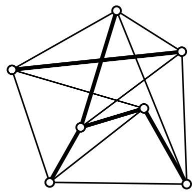
15. Réponse **A.** S'il n'y avait eu que des tables rondes, il en aurait fallu 12. L'équivalent de deux tables (soit 6 personnes) a donc été réparti pour faire des tables de 4 au lieu de tables de 3. Il y a donc 6 tables carrées et 4 tables rondes. On vérifie que $(6 \times 4) + (4 \times 3) = 36$.

16. Réponse **B.** Le temps total d'occupation nécessaire (des deux salles de bains) est $8 + 10 + 12 + 17 + 21 + 22$, soit 90 minutes. On ne peut obtenir des temps d'occupation de 45 minutes pour chaque salle (pour le démontrer, on remarque que 17 et 21 étant les seuls impairs, il faudrait alors qu'une de ces durées soit pour une salle et l'autre pour l'autre ; et il est alors impossible d'ajouter un total de 24 à 21). Il est par contre possible de partager les temps pour faire 44 et 46 : $22 + 12 + 10 = 44$ et $17 + 8 + 21 = 46$. Ils peuvent donc terminer au plus tôt 46 min après 7 heures, soit à 7 h 46.

17. Réponse **A.** En regardant les vues du cube on voit que chaque face possède un dessin différent et en combinant les deux dernières vues on voit que la face opposée au grand quart de disque contient un petit trait oblique dans un coin (et ce coin, comme le centre du disque noir, est situé au milieu de la face de quatre carrés).

18. Réponse **A.** La durée du cycle des cinq chansons est 13 minutes. $60 = 4 \times 13 + 8$. En une heure, passent donc 4 cycles et 8 minutes. Or 8 minutes après l'instant initial de la chanson C, on est dans la chanson A ; et 8 minutes après l'instant final de la chanson C, on est aussi dans la A. En rentrant, Andy a entendu la chanson A.

19. Réponse **D.** Un segment reliant 2 points, le nombre de segments d'une figure d'où partent n segments par point est égal à la moitié de $n \times 7$. n doit donc être pair.



Il y a déjà 3 segments partant d'un des gros points, on ne pourra donc pas trouver mieux qu'une figure avec 4 segments par points.
Une figure (et mêmes plusieurs) avec 4 segments par points est possible (voir ci-contre) et correspond donc au minimum cherché.
Il y a alors 14 segments au total : 5 initiaux et 9 rajoutés.

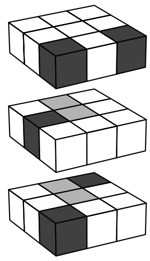
20. Réponse **D.** Avec 50 pièces de moins, chacun en aurait eu 5 de moins : il y a donc 10 pirates. Avec 4 pirates de moins, chacun des 6 pirates restant aurait eu 10 pièces en plus : dans le partage, on a donc 6×10, soit 60 pièces pour 4 pirates. Ce qui fait 15 pièces par pirate et 150 pièces en tout.

21. Réponse **B.** Soient e, g et a les pourcentages respectifs d'eau, de matière grasse et de matière sèche non grasse.
On a : $e + g + a = 100$; $g = 24$ et $g = \frac{75}{100}(g + a)$.
La dernière égalité donne $g = 3a$. D'où $a = 8$ et $e = 68$.
Il y a 68 % d'eau dans le fromage.

22. Réponse **D.** Le premier messager à 5 km à faire pour retourner au château, il met une demi-heure. Le deuxième messager, à partir du départ du premier, marche une heure vers le palais d'été (il est alors à 10 km du château) puis met une heure pour retourner au château. Le décalage entre les deux arrivées est donc de 1 heure et demie soit 90 min. Et ce décalage est constant.

23. Réponse **A.** La partie du crocodile sans la queue mesure 93×4, soit 372 cm. Cette longueur est les deux tiers de la longueur totale. La longueur du crocodile est donc de $372 \times \frac{3}{2}$ cm, soit 558 cm.

24. Réponse **D.** Sur une vue on voit 4 sommets blancs et sur une autre 4 sommets noirs. On connaît donc les couleurs des 8 sommets du cube. De plus une seule face a 3 sommets noirs : on en conclut que les faces du haut et du bas de chacune des vues sont les mêmes et que le cube a été tourné d'un quart de tour entre une vue et l'autre.



Sur le dessin ci-contre où le cube est découpé en tranches, les cubes blancs et les 5 cubes noirs sont visibles sur l'une ou les deux vues de l'énoncé et les 4 cubes en gris ne sont visibles sur aucune des deux vues. Le cube peut donc contenir, au plus, $5 + 4$, soit 9 cubes noirs.

25. Réponse **5.** Soit V le nombre de véridiques.
Le nombre de menteurs est $10 - V$.
Le véridique le plus en avant dans la file a $V - 1$ véridiques derrière lui.
Plus de $V - 1$ menteurs sont donc devant lui, et donc : $10 - V > V - 1$.
D'où $V < 5{,}5$.
Le menteur le plus en arrière de la file a $9 - V$ menteurs devant lui.
Au moins $9 - V$ véridiques sont donc derrière lui, et donc $V \geqslant 9 - V$.
D'où $V \geqslant 4{,}5$.
On a donc $V = 5$. Il y a 5 véridiques et 5 menteurs. On sait aussi que la file se compose des 5 menteurs suivis des 5 véridiques.

26. Réponse **5.** Il y a au moins 4 côtés noirs sur le bord à cause des carreaux dans les coins. Mais avec cette disposition, il est impossible de remplir le carré 3×3 central. En effet, dans ce cas les 9 carreaux du centre n'auraient que des bords noirs sur l'extérieur du carré 3×3 et leurs côtés blancs devraient être associés deux à deux (ce qui est impossible puisque leur nombre, 9, est impair).

Des agencements avec 5 côtés noirs sur les côtés sont possibles (voir exemple à droite). Le minimum cherché est donc 5.