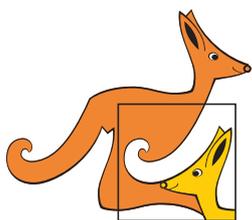


# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de six millions de participants dans le monde.

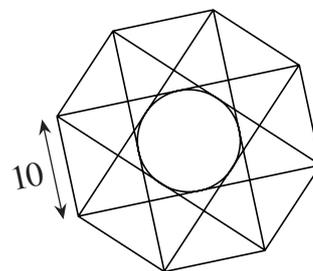
**Jeu-concours 2013 — Durée : 50 minutes**

## Sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
  - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
  - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes depuis la première question jusqu'à la première réponse erronée).
- Les classements sont séparés pour les Première S, les Terminale S et pour les étudiants (Bac+).**

- 1 Quel est le plus grand des nombres ci-dessous ?  
A) 2013      B)  $201 \times 3$       C)  $20^{13}$       D)  $201^3$       E)  $20 \times 13$

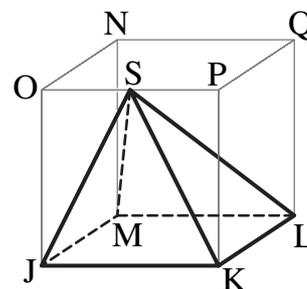
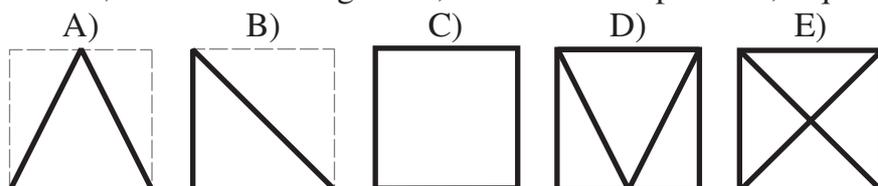
- 2 L'octogone régulier de la figure a pour côté 10.  
Quel est le rayon du cercle inscrit dans le petit octogone formé par les diagonales tracées ?  
A) 10  
B) 7,5  
C) 5  
D) 2,5  
E) 2

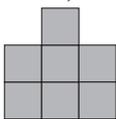
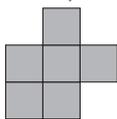
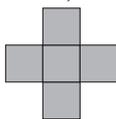
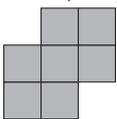
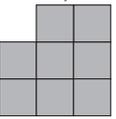
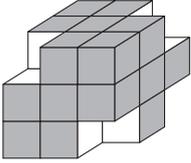


- 3 La date du tricentenaire de la naissance de Diderot est le 5 octobre 2013. Le bicentenaire de sa mort a été célébré le 31 juillet 1984. À quel âge Diderot est-il mort ?  
A) 67 ans      B) 68 ans      C) 69 ans      D) 70 ans      E) 71 ans

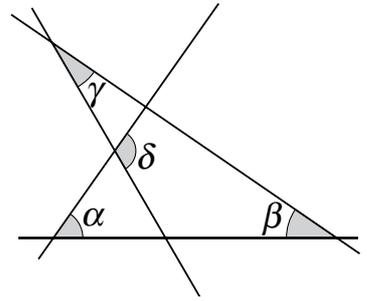
- 4 L'année 2013 s'écrit avec les quatre premiers chiffres. Combien d'années, après 2013, cela se reproduira-t-il ?  
A) 117      B) 90      C) 31      D) 18      E) jamais

- 5 Dans le cube transparent ci-contre, on a construit la pyramide JKLM S, où S est le milieu de l'arête [OP].  
En regardant la pyramide de dessus, de dessous, de derrière, de devant, de droite ou de gauche, une vue est impossible, laquelle ?



- 6**  $f$  est une fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par les propriétés suivantes :  
 $f$  est périodique de période 5 et la restriction de  $f$  à l'intervalle  $[-3; 2[$  est  $f(x) = x^2$ .  
 Combien vaut  $f(2013)$  ?  
 A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 4                      E) 9
- 7** Dans mon petit village, il n'y a que 5 familles. J'ai calculé la moyenne du nombre d'enfants par famille. Le résultat que j'ai trouvé figure parmi les nombres ci-dessous. Lequel est-ce ?  
 A) 1,1                      B) 1,5                      C) 2,1                      D) 2,4                      E) 2,5
- 8**  $f$  est une fonction affine. On sait que  $f(2013) - f(2001) = 100$ .  
 Combien vaut  $f(2031) - f(2013)$  ?  
 A) 75                      B) 100                      C) 120                      D) 150                      E) 180
- 9** Six superhéros ont capturé 20 méchants à eux tous. Le premier superhéros a capturé un méchant, le deuxième en a capturé 2, le troisième en a capturé 3. Le quatrième en a capturé strictement plus qu'aucun de ses cinq compagnons. Combien de méchants au minimum le quatrième superhéros a-t-il capturé ?  
 A) 8                      B) 7                      C) 6                      D) 5                      E) 4
- 10** Lubin a retiré quatre petits cubes à certains coins d'un grand cube (comme sur la figure). Il utilise alors les faces du volume obtenu comme tampons encreurs. Laquelle de ces empreintes de tampons ne peut-il pas faire ?  
 A)  B)  C)  D)  E) 
- 
- 11** On sait que  $2 < x < 3$ .  
 Combien y a-t-il alors de phrases vraies parmi les quatre ci-dessous ?  
 $4 < x^2 < 9$                        $0 < x - 2 < 1$                        $6 < 3x < 9$                        $0 < x^2 - 2x < 3$   
 A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4
- 12** Combien existe-t-il d'entiers positifs  $n$  tels qu'à la fois  $\frac{n}{3}$  et  $3n$  soient des nombres entiers de 3 chiffres ?  
 A) 12                      B) 33                      C) 34                      D) 100                      E) 300
- 13** Quand ce métal solide a fondu, son volume a augmenté de  $\frac{1}{12}$ .  
 De combien le volume va-t-il diminuer quand le métal se solidifiera à nouveau ?  
 A)  $\frac{1}{10}$                       B)  $\frac{1}{11}$                       C)  $\frac{1}{12}$                       D)  $\frac{1}{13}$                       E)  $\frac{1}{14}$

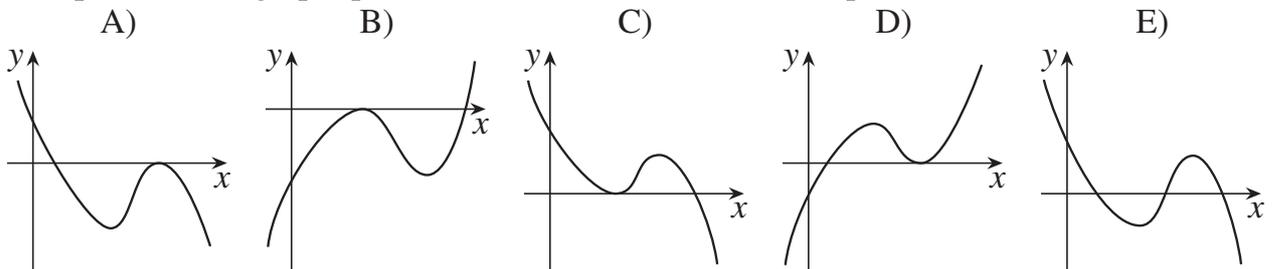
- 14** Dans la configuration montrée par la figure, si  $\alpha=55^\circ$ ,  $\beta=40^\circ$  et  $\gamma=35^\circ$ , alors combien vaut  $\delta$  ?  
 A)  $100^\circ$     B)  $105^\circ$   
 C)  $120^\circ$     D)  $125^\circ$   
 E)  $130^\circ$



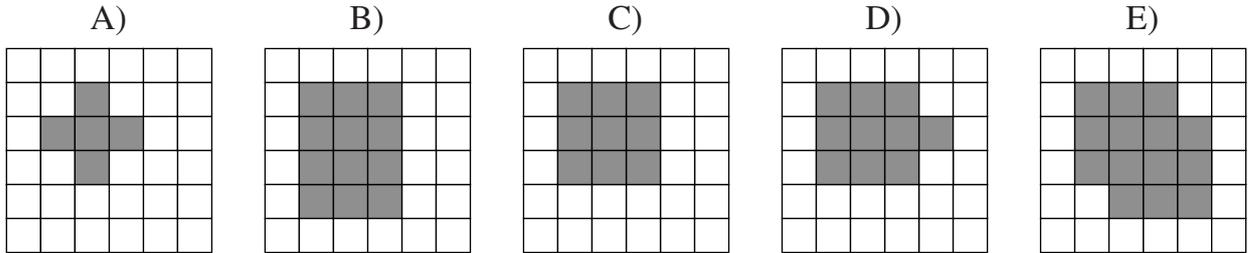
- 15** 40 garçons et 28 filles, main dans la main, forment un grand cercle. Exactement 18 garçons donnent leur main droite à une fille. Combien de garçons donnent leur main gauche à une fille ?  
 A) 18                      B) 9                      C) 28                      D) 14                      E) 20

- 16** Gérard a écrit une suite d'entiers consécutifs. Lequel des pourcentages suivants ne peut pas être le pourcentage des nombres impairs de sa suite ?  
 A) 40 %                      B) 45 %                      C) 48 %                      D) 50 %                      E) 60 %

- 17**  $g$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = (a-x)(b-x)^2$ , avec  $a < b$ . Sa représentation graphique est une de celles ci-dessous. Laquelle ?

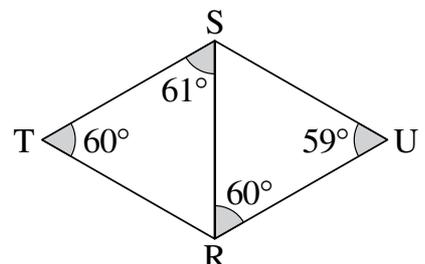


- 18** Un tapis circulaire est posé sur le carrelage. On a colorié en gris les carreaux qui ont au moins deux points communs avec le tapis. Lequel des dessins ci-dessous est impossible ?



- 19** Soit  $S$  le nombre de carrés parmi les entiers de 1 à  $2013^6$ . Soit  $Q$  le nombre de cubes parmi les mêmes entiers. Laquelle des égalités suivantes est vraie ?  
 A)  $S = Q$                       B)  $2S = 3Q$                       C)  $3S = 2Q$                       D)  $S = 2013Q$                       E)  $S^3 = Q^2$

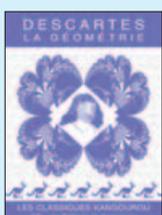
- 20** Émilie a voulu dessiner deux triangles équilatéraux formant un losange. En mesurant les angles, elle a vu qu'ils n'étaient pas égaux (voir figure). Quel est le plus long des 5 segments de la figure ?  
 A) [RU]                      B) [RT]                      C) [RS]  
 D) [ST]                      E) [SU]



- 21** Julien s'intéresse à une suite de nombres qu'il crée en utilisant l'algorithme suivant :  $a_1 = 1$ , et quels que soient les entiers naturels  $m$  et  $n$ ,  $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$ .  
Combien vaut  $a_{100}$  ?  
A) 1000      B) 2013      C) 4950      D) 5050  
E) on ne peut pas le dire car l'algorithme ne définit pas une suite
- 22** Une première voiture part d'un point P et suit une route en ligne droite à la vitesse de 50 km/h. Puis, chaque heure, une voiture part de P sur la même route en roulant 1 km/h plus vite que la voiture précédente. La dernière voiture part 50 heures après la première avec une vitesse de 100 km/h. 100 heures après le départ de la première voiture, quelle est la vitesse de la voiture qui est devant toutes les autres ?  
A) 50 km/h      B) 66 km/h      C) 75 km/h      D) 84 km/h      E) 100 km/h
- 23** Une boîte contient 900 cartes numérotées de 100 à 999 (deux cartes différentes ont des numéros différents). François tire, sans remise, un certain nombre de cartes de la boîte et pour chacune il forme la somme des chiffres du nombre figurant sur la carte. Combien de cartes, au minimum, doit-il avoir tirées pour être certain d'avoir eu au moins trois cartes donnant la même somme ?  
A) 51      B) 52      C) 53      D) 54      E) 55
- 24** La somme des entiers de 1 à  $n$  est un nombre de trois chiffres ayant tous ses chiffres identiques. Quelle est la somme des chiffres de  $n$  ?  
A) 6      B) 9      C) 12      D) 15      E) 18
- Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.*
- 25** Soit  $R$  un rectangle dont l'un des côtés mesure 5 cm. Le rectangle  $R$  peut être coupé en deux morceaux, l'un carré, l'autre rectangulaire, dont l'un a pour aire  $4 \text{ cm}^2$ . Combien de tels rectangles  $R$  existe-t-il ?
- 26** On a tracé plusieurs droites du plan. La droite  $X$  coupe exactement 3 droites. La droite  $Y$  coupe exactement 4 droites. La droite  $Z$ , elle, coupe exactement  $n$  droites, et on sait que  $n$  ne vaut ni 3 ni 4. Combien y a-t-il de droites dessinées ?

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.  
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »

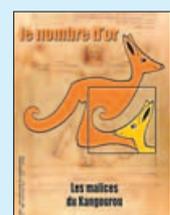


**Kangourou des mathématiques, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5<sup>e</sup>**

**Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet**

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

**Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques**



**www.mathkang.org**