

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une quarantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2013 - Corrigé du sujet « P »

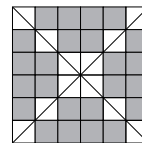
1. Réponse D. Tous les carreaux de la frise sont identiques et sont symétriques par rapport à leurs diagonales. Seule la proposition D est aussi dans ce cas.

2. Réponse B. $2013 - 810 = 1203$.

3. Réponse B. Le morceau manquant a 4 côtés et un angle droit opposé à l'angle le plus aigu. B est seul dans ce cas.

4. Réponse E. Dans 3 ans, chacun des trois enfants aura 3 ans de plus ; la somme de leurs âges aura donc augmenté de 3×3 , soit 9 ans. Elle sera égale à $31 + 9$, soit 40 ans.

5. Réponse D. Dans un carré 6×6 , les diagonales passent par des sommets des cases (figure ci-contre). Sur les 36 cases, 12 sont coupées par les diagonales et 24 ne le sont pas ($24 = 6 \times 4$).



6 Réponse B. Il faut tourner la pièce B d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre pour voir qu'elle s'emboîte en formant un rectangle (voir figure ci-contre).



7. Réponse D. La moyenne des deux nombres est 2013, leur somme est donc 4026. Le nombre cherché est donc $4026 - 1013$, soit 3013.

8. Réponse C. Paul et Romain ont mangé une couche complète de 2×13 , soit 26 chocolats. Il reste 2 couches de chocolats dans la boîte, donc 2×26 , soit 52 chocolats.

Kangourou 2013 - Corrigé du sujet « P »

9. Réponse E. $44 \times 4 = 176$. (Remarque : en ne regardant que le chiffre des unités, on peut éliminer tous les chiffres sauf 4 et 6.)

10. Réponse A. $2013 = 33 \times 61 = 33 \times (31 + 30)$.

Les 2013 pages sont donc terminées après 61 jours de lecture ; mars et avril comptant ensemble exactement 61 jours, il ne reste aucune page à lire le 1^{er} mai.

11. Réponse E. Les segments [SJ] et [SK] sont dans la même face du cube, celle de devant. De devant ou de derrière, on obtient A. De droite ou de gauche, on obtient B. De dessous, on obtient C. De dessus, on obtient D. E est la vue impossible.

12. Réponse A. La rotation donne le dessin proposé en réponse B. La symétrie axiale par rapport à l'axe des x transforme l'arc de B en celui de A.

13. Réponse B. $\frac{3333}{101} = 3 \times \frac{1111}{101} = 33$. Et $\frac{8888}{202} = \frac{8}{2} \times \frac{1111}{101} = 44$.

La somme est donc égale à 77.

14 Réponse B. Trois fois plus c 'est une fois plus deux fois, donc 12 représente deux fois le nombre de poissons pêchés par Sonia. $12 \div 2 = 6$. (On a bien $3 \times 6 = 18 = 6 + 12$.)

15. Réponse C. En observant le cube trafiqué par Lubin, on voit que les 4 petits cubes ôtés n'appartiennent pas tous à une même face. Il est donc impossible d'avoir l'empreinte C.

Et on peut vérifier que les autres propositions correspondent bien à des empreintes de faces du cube découpé (A : dessous ou derrière, B : droite, D : dessus ou devant, E : gauche).

16. Réponse C. 1000 n'est pas divisible par 16. $1000 = 2^3 \times 5^3$.

$1000 = 125 \times 8 = 50 \times 20 = 25 \times 40$.

Les 3 seuls nombres (parmi les 6 proposés) dont le produit est 1000 sont donc 125, 4 et 2.

17. Réponse D. Le produit de la moyenne par 5 doit être entier car c 'est la somme des enfants des cinq familles. Seul 2,4 convient.



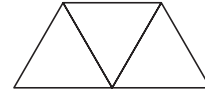
Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

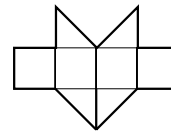
<http://www.mathkang.org/catalogue/>



18. Réponse B. Les longueurs des côtés du trapèze étant des entiers, la seule possibilité est 2 pour la base et 1 pour les 3 autres longueurs. Ce trapèze, comme sur la figure, peut être découpé en 3 triangles équilatéraux. Les deux plus petits angles sont donc tous les deux égaux à 60° .



19. Réponse C. Pour chacun des patrons, les quatre carrés entiers forment une couronne de quatre faces. De chaque côté (haut et bas de chaque patron) doivent se reformer chacune des deux autres faces du cube (qui sont opposées). C'est la partie inférieure du patron C qui n'est pas correcte : les deux demi-carrés se superposent si l'on replie le patron (il en serait de même avec le patron ci contre, équivalent au patron C, mais où la couronne est coupée transversalement selon une autre arête).



20. Réponse B. André et Eddy sont nés le même mois, donc en mars ou en avril. Même chose pour Boris et Cyril. André et Cyril sont nés le même jour dans des mois différents. Étant tous les deux nés en mars ou avril, leurs deux dates de naissance sont le 12 mars 2000 et le 12 avril 2000. Dan est forcément né le 20 février 2001 (les 4 autres sont nés en mars et avril). Donc Eddy est né le 20 mars 2001. On en déduit que Boris est né le 23 avril 2001 et que c'est donc le plus jeune des cinq.

21. Réponse B. Avec T pour triste et J pour joyeux, T J T J donne (après pression sur le bouton souligné) J T J J, qui donne J T T T puis J J J J. On peut donc parvenir au but en trois coups. On peut s'assurer qu'on ne peut y arriver en deux coups, par exemple en listant les seize états qu'il est possible d'atteindre en deux coups.

22. Réponse D. Si la première crêpe mangée est la numéro 4, la crêpe numéro 3 devra être mangée avant la 2, ce qui n'est pas le cas dans la séquence D. (Les autres ordres proposés sont possibles. E est la situation où toutes les crêpes ont été empilées avant de commencer à être mangées. A est la situation où elles ont été mangées au fur et à mesure de leur fabrication.)

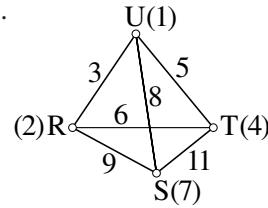
23. Réponse E. $2013 = 1 \times 3 \times 11 \times 61$. On en déduit les quatre décompositions de 2013 en produit de 2 facteurs. Une seule convient (les réponses possibles étant des âges « humains ») : 33×61 . On a donc l'âge de Jean (61 ans), celui de son fils (33 ans) et leur différence d'âge ($61 - 33 = 28$).

24. Réponse B. Les trois plus grands nombres (8, 9 et 11) sont associés à des arêtes car, si l'un était associé à un sommet, une des trois arêtes partant de ce sommet porterait un nombre inférieur au sommet, ce qui est impossible.

Les trois sommes de deux arêtes opposées sont égales puisque chacune est égale à la somme des 4 sommets. Et donc chacune est égale au quart de la somme totale. La somme totale est 56, donc la somme de deux arêtes opposées, comme [RS] et [TU] est $56 \div 4$, soit 14.

9 étant sur [RS], c'est 5 qui se trouve sur [TU].

Voici le seul tétraèdre possible :



25. Réponse 5.

Il y a 5 sommes d'entiers naturels consécutifs égales à 63 :

- 31 + 32 ;
- 20 + 21 + 22 ;
- 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 ;
- 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 ;
- 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11.

S'il y a un nombre impair d'entiers, le nombre au milieu de la liste doit diviser 63 (car la somme vaut ce nombre moyen multiplié par le nombre de nombres). Les diviseurs de 63 qui conviennent sont 21, 9 et 7. Les autres diviseurs (63, 3 et 1) ne conviennent pas.

S'il y a un nombre pair d'entiers, c'est la somme des deux nombres au milieu de la liste qui doit diviser 63 ; seuls 63 (31 + 32) et 21 (10 + 11) donnent une somme d'entiers tous positifs.

26. Réponse 1. Soit d le nombre de neuf chiffres de départ, et n celui de huit chiffres. Si le chiffre effacé de d n'est pas celui des unités, alors d et n auront le même chiffre des unités et leur somme sera un nombre pair, ce qui n'est pas cas. Donc, le chiffre effacé par Kangy est le chiffre des unités de d . Appelons u ce chiffre ($0 \leq u \leq 9$), de sorte que $d = 10n + u$. D'où $d + n = 11n + u = 979797979$. $(979797979 - u)$ est un multiple de 11 ; il vaut donc 979797973 et $u = 6$. En posant l'addition ou en divisant par 11, on trouve $n = 89\,072\,543$ et $d = 890\,725\,436$. Le chiffre cherché est 1.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris
 À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »