

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

www.mathkang.org

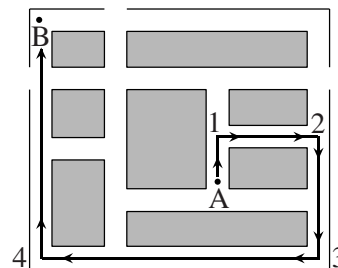
Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une quarantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2013 - Corrigé du sujet « B »

1. Réponse E. $2+0=2$. $1+3=4$. Et $2+4=6$. C'est la somme des quatre nombres de départ.

2. Réponse C. Il manque 2 cubes au 2^e étage, et 5 cubes au 3^e étage, soit 7 cubes au total.

3. Réponse B. Le dessin ci-contre montre un chemin avec 4 virages. Un chemin avec moins de virages est impossible : en partant de A, il est obligé de tourner à droite avant d'atteindre la « hauteur » de B. Et il ne pourra aller de nouveau dans la même direction qu'après le 4^e virage.



4. Réponse E. Dans 3 ans, chacun des trois enfants aura 3 ans de plus ; la somme de leurs âges aura donc augmenté de 3×3 , soit 9 ans. Elle sera égale à $31 + 9$, soit 40 ans.

5. Réponse C. 100 m représentent un huitième de la distance séparant les deux amies ($\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$). Il y a donc 800 m entre Mahaut et Sabine.

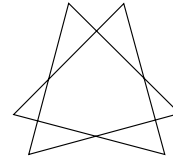
6. Réponse B. Quand un polygone gris a même périmètre que le carré, les côtés de ce polygone qui ne sont pas inclus dans les côtés du carré peuvent y être reportés exactement. Ce n'est pas le cas pour le dessin B où les deux branches verticales internes du U sont en trop.

Kangourou 2013 - Corrigé du sujet « B »

7. Réponse **E**. $44 \times 4 = 176$. (Remarque : en ne regardant que le chiffre des unités, on peut éliminer tous les chiffres sauf 4 et 6.)

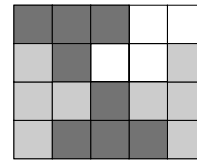
8. Réponse **B**. Chaque prise étant espacée de 15 minutes, le premier cachet est pris à 11 h 05, le 2^e à 11 h 20, le 3^e à 11 h 35, et le 4^e à 11 h 50. (Il y a 3 fois 15 minutes, soit 45 minutes entre les prises des 1^{er} et 4^e cachets.)

9. Réponse **D**. Il obtiendra au maximum 7 régions comme sur le dessin ci-contre (en isolant une région à chacun des 6 sommets des deux triangles tracés, ce qui donne 6 régions triangulaires et une région hexagonale à l'intérieur.



10. Réponse **C**. 21 est divisible par 1, 22 par 2, 24 par 4, 25 par 5. 23, 26, 27, 28 et 29 ne sont pas divisibles par leur chiffre des unités ; et on ne peut pas diviser par 0. Entre 20 et 30, 4 nombres possèdent la propriété voulue.

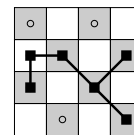
11. Réponse **B**. On peut placer facilement 4 pièces et on se persuade qu'on ne peut pas en mettre 5, c'est-à-dire recouvrir entièrement le rectangle. Pour démontrer que c'est impossible, imaginons le rectangle colorié en noir et blanc comme un damier ; il contient autant de cases blanches que de noires. Chaque pièce recouvre 3 cases d'une couleur et 1 de l'autre. Il faut un nombre pair de pièces pour recouvrir autant de blanches que de noires. Avec 5 pièces, on ne peut pas. Le maximum est 4 (le dessin montre une solution).



12. Réponse **D**. Entre 1 h 30 et 3 h 30, la balade a duré 2 heures ou 120 minutes. Le tiers du temps est 40 minutes. Malika était au tiers de sa balade à 2 h 10. Le dessin D montre la bonne position de l'aiguille des minutes.

13. Réponse **B**. Trois fois plus c'est une fois plus deux fois, donc 12 représente deux fois le nombre de poissons pêchés par Sonia. $12 \div 2 = 6$. (On a bien $3 \times 6 = 18 = 6 + 12$.)

14. Réponse **C**. La pièce C permet de recouvrir 5 points (et une case sans point). Avec la pièce A, on peut recouvrir 4 cases d'une sorte et 2 de l'autre ; avec la B, 4 et 3 ; avec la D, 4 et 4 ; avec la E, 3 et 3.



Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.
Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques...

Toutes les publications
des Éditions du Kangourou
sont présentées sur le
site Internet
www.mathkang.org

15. Réponse B. $12 + 4 = 16$. Il reste à répartir entre les trois candidats aux places intermédiaires : $36 - 16$, soit 20 voix. Les seules possibilités, avec trois nombres tous différents entre 5 et 11, sont $\{5 ; 6 ; 9\}$ et $\{5 ; 7 ; 8\}$. Le nombre de voix du second est donc « 8 ou 9 ».

16. Réponse E. De devant, les piles sont alignées quatre à quatre selon les colonnes de la vue de dessus. Et on voit, dans chaque alignement, la même chose que s'il n'y avait que la pile la plus haute. De gauche à droite, les nombres les plus grands de chaque colonne sont 4, 3, 3 et 2. Ce sont les hauteurs vues de devant, comme en E.

17. Réponse A. Dans l'ordre croissant des nombres, la première paire est $\{10 ; 60\}$, la dernière est $\{49 ; 99\}$. Cela fait 40 paires de nombres positifs à deux chiffres.

18. Réponse D. $45 - 27 = 18$; 18 chats ne sont pas rayés.
 $45 - 32 = 13$; 13 chats n'ont pas d'oreille noire.
On obtient le maximum de chats non retenus pour la finale si ces $18 + 13$, soit 31 chats sont différents. Et alors les autres chats, $45 - 31$, soit 14, représentent le nombre minimum de chats finalistes.

19. Réponse D. 3,50 m de largeur pour 7 carrés : un carré a donc son côté égal à 0,50 m et il y en a 15 dans la longueur de 7,50 m.
On observe que, sur 2 rangées verticales consécutives, on compte 7 lunes, il y a donc 7×7 , soit 49 lunes sur les 14 premières rangées. Sur la 15^e rangée verticale, identique à la première, il y a 3 lunes. Et donc le nombre de lunes sur le tapis est $49 + 3$, soit 52 lunes.

20. Réponse A. La phrase de Bobar est fausse donc Toufo et Bobar ont des pierres de couleurs différentes. La phrase de Toufo est fausse donc Toufo et Mito ont des pierres de couleurs différentes. Mito et Bobar ont donc la même couleur de pierre, qui est le vert (car la phrase de Mito doit être fausse). La réponse est A.

21. Réponse D. Soient a, b , et c les trois chiffres du nombre s'écrivant « abc ». Ce nombre est égal à $(100 \times a) + (10 \times b) + c$ et doit être aussi égal à $297 + (100 \times c) + (10 \times b) + a$.
Ce qui donne $(100 \times a) + c = 297 + (100 \times c) + a$. Soit : $99 \times (a - c) = 297$; donc $a - c = 3$.

Les nombres s'écrivant « abc » et « cba » ayant trois chiffres, a et c ne sont pas le chiffre 0. Les différentes possibilités sont donc :

}	chiffre c	1	2	3	4	5	6
	chiffre a	4	5	6	7	8	9

Cela fait 6 possibilités avec, pour chacune, le chiffre des dizaines (b) quelconque. Au total, il y a 6×10 , soit 60 nombres de 3 chiffres ayant la propriété voulue.

22. Réponse D. On remarque que la procédure *change-en-somme* laisse inchangée la différence entre les nombres donnés. En effet

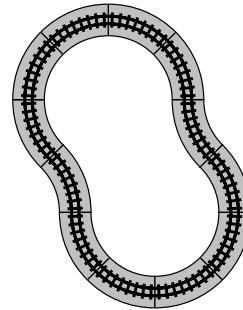
$(a; b; c)$ devient $(b+c; a+c; a+b)$ et une différence ne change pas lorsqu'on ajoute le même nombre aux deux termes de la différence. Ainsi, en partant de $(20; 1; 3)$ on obtiendra, à n'importe quelle étape, les mêmes différences entre deux termes : 19, 17 et 2. Et 19 étant la différence maximale au départ, elle le reste.

23. Réponse B. La somme totale des nombres figurants sur les faces d'un cube est 21 ; pour 4 cubes, cela fait une somme totale de 84. Pour chaque cube, deux faces adjacentes sont à l'intérieur du solide, collées. Ces faces doivent avoir la plus petite somme (pour que la somme extérieure soit maximale) : avec le patron donné, ce sont les faces 1 et 3. En collant ces faces l'une contre l'autre, le total des nombres collés est $(1+3) \times 4$, soit 16.

La somme maximale à la surface du solide est donc : $84 - 16 = 68$.

24. Réponse B. Avec T pour triste et J pour joyeux, T J T J donne (après pression sur le bouton souligné) J T J J, qui donne J T T T puis J J J J. On peut donc parvenir au but en trois coups. On peut s'assurer qu'on ne peut y arriver en deux coups, par exemple en listant les seize états qu'il est possible d'atteindre en deux coups.

25. Réponse 4. Martin va rajouter un demi-cercle en bas de son assemblage (soit 4 rails) et un demi-cercle en haut de son assemblage (soit 4 rails). Il assurera la jonction entre ces deux demi-cercles par un assemblage de 2 rails identiques à celui qu'il avait fabriqué au début. Le circuit de Martin comportera 12 rails soit 4 de plus que celui de Mathieu.



26. Réponse 5.

Il y a 5 sommes d'entiers naturels consécutifs égales à 63 :

- 31 + 32 ;
- 20 + 21 + 22 ;
- 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 ;
- 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 ;
- 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11.

S'il y a un nombre impair d'entiers, le nombre au milieu de la liste doit diviser 63 (car la somme vaut ce nombre moyen multiplié par le nombre de nombres). Les diviseurs de 63 qui conviennent sont 21, 9 et 7. Les autres diviseurs (63, 3 et 1) ne conviennent pas.

S'il y a un nombre pair d'entiers, c'est la somme des deux nombres au milieu de la liste qui doit diviser 63 ; seuls 63 (31 + 32) et 21 (10 + 11) donnent une somme d'entiers tous positifs.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »