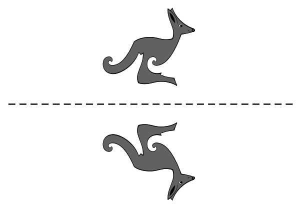
KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une quarantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2011 - Corrigé du sujet « B »

1. Réponse **E.** $(2+0)\times(1+1) = 2\times 2 = 4$.

2. Réponse **C.** Les deux kangourous dessinés ci-contre sont symétriques (par rapport à la droite en pointillés).

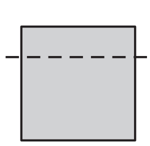


3. Réponse **D.** Le mot KANGOUROU a 9 lettres. En une semaine, 7 lettres ont été peintes. En commençant un jeudi, la huitième lettre sera peinte aussi un jeudi ; et la neuvième lettre un vendredi.

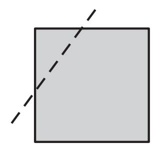
4. Réponse **D.** 63 est le seul multiple de 7 dans les nombres proposés.

5. Réponse **C.** La figure qui a la plus grande aire est celle qui a le plus grand nombre de carreaux gris (et on peut regrouper 2 demi-carreaux pour faire un carreau). Chaque figure a un carré central de 4 carreaux et la figure C a le plus grand nombre de carreaux en plus (4×2, soit 8 carreaux en plus).

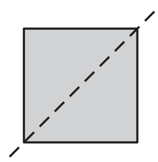
6. Réponse **A.** Toutes les autres formes s'obtiennent facilement :



coupé en deux rectangles

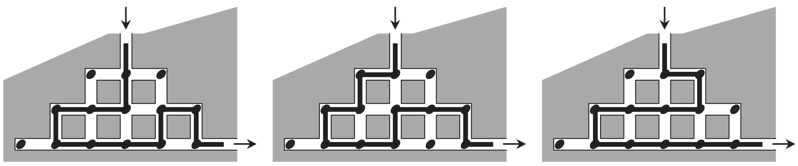


coupé en un triangle rectangle et un pentagone (figure à 5 côtés)



coupé en deux triangles isocèles rectangles

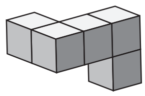
7. Réponse **B.** Jerry ne peut pas prendre le morceau en bas à gauche de la figure (elle ne pourrait plus bouger sans repasser sur son chemin). Dès le départ, après avoir pris son premier morceau, si Jerry continue tout droit, elle ne pourra plus revenir prendre aucun des deux morceaux laissés à droite ou à gauche et elle en laissera alors trois au minimum (voir la première figure ci-dessous). Si, après avoir pris son premier morceau, Jerry part à droite ou à gauche, elle créera une impasse de l'autre côté ; ensuite, elle ne pourra pas parcourir les deux lignes de 5 morceaux (l'une sur l'autre en bas) sans laisser un morceau de côté ; elle laisse alors aussi 3 morceaux au minimum.
Dans tous les cas Jerry laisse donc 3 morceaux au minimum et ne peut en manger que $14 - 3$ soit 11 au maximum. Voici 3 exemples de chemin où elle peut manger 11 morceaux de fromages :



8. Réponse **A.** Une date respectant la condition imposée est entièrement déterminée par le premier nombre (le jour). Celui-ci peut être 1, 3, 5, 7 ou 9 (pour que le nombre impair suivant, qui est le mois, soit inférieur à 12). il y a donc 5 dates possibles.

9. Réponse **B.** Le récipient X recueille $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, soit $\frac{1}{4}$ du volume versé.
Le reste, $1 - \frac{1}{4}$, soit $\frac{3}{4}$ du volume versé arrive dans le récipient Y. Ayant versé 1000 litres, 750 litres arriveront dans le récipient Y.

10. Réponse **E.** Voici, ci-contre, la forme qui complète l'assemblage. C'est bien la forme E.



11. Réponse **B.** Le lait bu par le chat pendant ces 14 jours est, en mL, $(7 \times 60) + (7 \times 80)$, soit 7×140. Cela fait donc 980 mL de lait.

12. Réponse **E.** La figure E nécessite trois pièces différentes ayant une extrémité arrondie. On peut vérifier que tous les autres assemblages sont réalisables.

13. Réponse **E.** $17+30+49=96$ est une addition juste utilisant 4 des nombres, et c'est la seule : car sinon 167 serait utilisé et, puisque c'est le plus grand des nombres proposés, 167 serait le résultat de l'addition, et cela est impossible à réaliser.

14. Réponse **B.** Les deux nombres de la forme demandée encadrant 2011 sont 1210 et 2101. Et $2101-1210=891$.
Remarque : Il y a 9 nombres de la forme demandée (3 possibilités pour choisir la place du 0 puis 3 possibilités pour celles du 2) :
2110, 1210, 1120,
2101, 1201, 1102,
2011, 1021, 1012.

15. Réponse **E.** Dans chaque dizaine, il y a quatre nombres utilisables pour numéroter une maison de Folleville (ils se terminent par 1, 5, 7 ou 9). De plus les trentaines n'existent pas.
La quinzième maison ($15=4+4+4+3$) sera la troisième de la tranche des quarante soit 47.

16. Réponse **D.** Quatre parmi les cinq sommets restant sont reliés à la fois à 1, 2 et 3. Ils portent donc forcément le chiffre 4. Et le dernier sommet marqué peut alors porter tout sauf un 4. Parmi les huit sommets marqués, quatre portent donc un 4.

17. Réponse **B.** Le nombre de départ de Paul est $372 \div 31 = 12$ et le vrai résultat est $12 \times 301 = 3612$.

18. Réponse **C.** Il y a 10 cubes sur chacun des côtés du carré de Denise (chacun des 4 cubes, aux coins, appartient à deux côtés et $36 = 4 \times 10 - 4$) et le trou central est un carré de 8 cubes de côté. Il faut donc 8×8, soit 64 cubes supplémentaires.

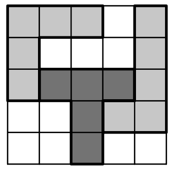
19. Réponse **C.** Le nombre de rubans distribués entre les filles est $80-3$, soit 77. Le nombre de filles est donc un diviseur de 77, plus petit que 10 et plus grand que 1. C'est 7. Il y a 7 filles, et donc 3 garçons.

20. Réponse **C.** Louise peut, soit choisir les trois chatons bicolores, soit choisir un chaton unicolore avec les 2 autres contenant cette couleur (ex. : blanc + blanc et noir + blanc et roux). Ce qui lui fait 4 possibilités.

21. Réponse **D.** Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle grisé mesurent l'un 14 cm, l'autre $30-(2\times14)$ soit 2 cm.
L'aire, en cm^2, de deux tels triangles est donc 2×14 soit 28.
Et l'aire grisée totale est de 56 cm^2.

22. Réponse **A.** Un mois qui comporte 5 samedis et 5 dimanches a au moins 4 semaines et 2 jours donc au moins 30 jours. S'il ne comporte que 4 lundis et 4 vendredis, c'est qu'il a exactement 30 jours. Il est donc suivi d'un mois de 31 jours qui commence un lundi. Ce mois aura donc 5 lundis, 5 mardis et 5 mercredis.

23. Réponse **D.** En plaçant la pièce D comme ci-contre, les zones isolées font toutes moins de 5 carreaux, donc ne permettront pas de placer une autre pièce. On peut vérifier qu'une telle situation ne se produit avec aucune des autres pièces proposées.



24. Réponse **C.** $0+1+2+3=6$: les nombres *macrocéphales* ont au moins un 6 en chiffre de dizaines de mille.

Commençant par 6 : 63210 et tous les nombres obtenus par permutation des chiffres 3, 2, 1 et 0.
Commençant par 7 : 74210 et tous les nombres obtenus par permutation des chiffres 4, 2, 1 et 0.
Commençant par 8 : 85210 et tous les nombres obtenus par permutation des chiffres 5, 2, 1 et 0 ; 84310 et tous les nombres obtenus par permutation des chiffres 4, 3, 1 et 0.
Commençant par 9 : 96210 et tous les nombres obtenus par permutation des chiffres 6, 2, 1 et 0 ; 95310 et tous les nombres obtenus par permutation des chiffres 5, 3, 1 et 0 ; 94320 et tous les nombres obtenus par permutation des chiffres 4, 3, 2 et 0.

Il y a 24 façons de permuter 4 chiffres tous différents. Il y a donc 24×7, soit 168 nombres *macrocéphales*.

25. Réponse **6.** Pour faire un zéro à la fin du nombre, il faut qu'il y ait une multiplication par 10. Multiplier par 10, c'est multiplier par 2×5. Des multiplications par 2, le produit considéré en contient beaucoup (au moins une par nombre pair). Par contre des multiplications par 5, on n'en trouve qu'une avec les nombres 5, 10, 15, 20, et deux avec 25, soit six en tout. Il y a donc 6 multiplications par 10 et donc l'écriture du résultat se termine par 6 zéros.

26. Réponse **2.** Soit x l'âge d'Éva. On sait que $(x-7)$ est multiple de 8 et que $(x+8)$ est multiple de 7. On déduit que $(x+1)$ est à la fois multiple de 8 et de 7 donc multiple de 56. Et x égale 55 ou 111 ou…
Soit y l'âge de Noé. On sait que $(y-8)$ est multiple de 7 et que $(y+7)$ est multiple de 8. On déduit que $(y-1)$ est à la fois multiple de 7 et de 8 donc multiple de 56. Et y égale 57 ou 113 ou…
Éva et Noé ayant moins de 10 ans d'écart ont donc 2 ans d'écart (ils sont âgés de 55 et 57 ans, ou 111 et 113 ans, ou…