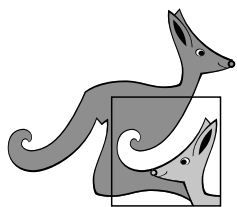


# KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

## TROPHÉES 2022



Samedi 4 juin — Durée : 40 minutes  
Épreuve Lycées



- 1 Le nombre  $X$  peut s'écrire comme le produit de 2021 facteurs :

$$X = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \dots \dots \left(1 + \frac{1}{2022}\right).$$

Combien vaut  $X$  ?

- A) 1011,5    B) 1012    C)  $1 + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 2002}$     D) 1011    E)  $1 + \frac{402221}{2022}$

- 2 Adam a formé le plus grand nombre à 2 chiffres « $ab$ » divisible à la fois par  $a$  et par  $b$  et dont les deux chiffres  $a$  et  $b$  sont distincts et différents de zéro.

Ève a formé le plus grand nombre à 3 chiffres « $cde$ » divisible à la fois par  $c$ , par  $d$  et par  $e$  et dont les trois chiffres  $c$ ,  $d$  et  $e$  sont distincts et différents de zéro.

Adam soustrait son résultat de celui d'Ève. Combien obtient-il ?

- A) 852    B) 854    C) 879    D) 888    E) 915

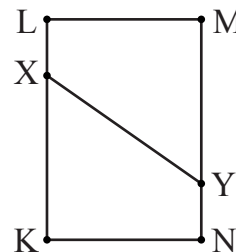
- 3 Toto est un octogone régulier. En joignant un sommet sur deux de Toto, on obtient un carré. Si le côté du carré est 1, quelle est l'aire de l'octogone ?

- A)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$     B)  $\frac{4}{3}$     C)  $\sqrt{2}$     D)  $\frac{7}{5}$     E)  $\frac{3}{2}$

- 4 On a dessiné et découpé un grand rectangle KLMN tel que  $KL = 36$  cm et  $LM = 27$  cm. Puis on l'a replié de telle sorte que  $K$  coïncide avec  $M$ . Soit  $[XY]$  la pliure, avec  $X$  sur  $[KL]$  et  $Y$  sur  $[MN]$ .

Combien mesure  $XY$  ?

- A) 33 cm    B) 33,25 cm    C) 33,5 cm  
D) 33,75 cm    E) 34 cm

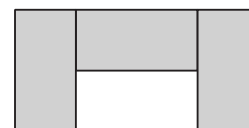
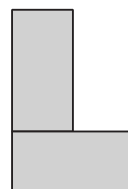


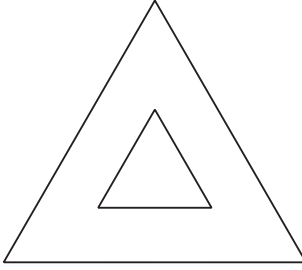

- 5 Avec cinq rectangles identiques, on forme les deux figures ci-contre, l'une avec deux rectangles, l'autre avec trois rectangles.

Leurs périmètres respectifs sont 68 cm et 95 cm.

Quel est le périmètre d'un des cinq rectangles ?

- A) 40 cm    B) 41 cm    C) 42 cm    D) 43 cm    E) 44 cm



- 6** Un sac contient 19 jetons numérotés de 1 à 19. Quel est le plus petit nombre de jetons à prendre au hasard pour être sûr d'obtenir au moins une paire de jetons dont la somme des numéros soit 20 ?  
A) 9                      B) 10                      C) 11                      D) 12                      E) 19
- 7** Une fonction  $f$  vérifie :  
 $f(1) = 123$  ;  
et, pour tout entier  $n \geq 1$ ,  $f(n+1)$  est égal à la somme des carrés des chiffres de  $f(n)$ .  
Combien vaut  $f(100)$  ?  
A) 4                      B) 16                      C) 20                      D) 37                      E) 89
- 8** Un petit triangle équilatéral se trouve à l'intérieur d'un grand triangle équilatéral. Chaque point du petit triangle est à la distance  $d$  des côtés du grand triangle.  
Si  $d = \sqrt{3}$ , quelle est la différence entre le côté du grand triangle et celui du petit ?  
A) la différence dépend des tailles respectives des triangles  
B) 4,5                      C)  $3\sqrt{3}$                       D) 6                      E)  $4\sqrt{3}$
- 
- 9** Alice et Zoé essaient de trouver la figure choisie par Paul parmi les neuf figures numérotées. Alice sait que Paul a dit à Zoé la forme de sa figure. Zoé sait que Paul a indiqué la couleur à Alice. Elles dialoguent alors.  
- Alice, « Je ne sais pas quelle est sa figure et je sais que Zoé non plus. »  
- Zoé : « Au début je ne savais pas quelle figure c'était, mais maintenant, je le sais. »  
- Alice : « Et maintenant, je le sais aussi. »  
Quel est le numéro de la figure choisie par Paul ?  
A) 2                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 8
- 

### Question subsidiaire

(une réponse, avec au moins deux chiffres après la virgule, est obligatoire pour être classé)\*.

Le produit d'un nombre positif par lui-même est 2022 ; il est compris entre 44 et 45.

Donner une valeur approchée de ce nombre avec le plus de décimales possibles.

### Rappels.

• L'épreuve est individuelle et dure 40 minutes. **Les calculatrices et autres appareils électroniques sont interdits.** Les classements sont séparés pour chaque niveau (2<sup>de</sup>, 1<sup>re</sup>, ...).

• **Il y a une seule bonne réponse par question.** Pour les questions 1 à 3, une bonne réponse rapporte 3 points ; pour les questions 4 à 6, 4 points ; et pour les questions 7 à 9, 5 points. Une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. La note obtenue est comprise entre 0 et 45 (9 points sont donnés au départ).

\* En cas d'ex æquo (sur les 9 premières questions), celle ou celui ayant donné le nombre le plus proche du nombre demandé à la question subsidiaire sera classé(e) devant.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 2 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »