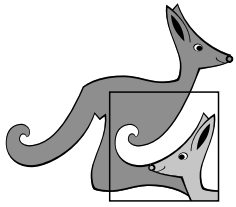


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

TROPHÉES 2017



Samedi 3 juin — Durée : 40 minutes
Épreuve Lycées



1 x et y sont deux nombres strictement plus grands que 1. Parmi les cinq fractions suivantes, quelle est la plus grande ?

A) $\frac{x}{y+1}$

B) $\frac{x}{y-1}$

C) $\frac{2x}{2y+1}$

D) $\frac{2x}{2y-1}$

E) $\frac{3x}{3y+1}$

2 Une bande de papier à bords parallèles a une largeur de 2 cm.
En la pliant, la bande se superpose à elle-même sur une certaine région.
Quelle est, au minimum, l'aire de cette région ?

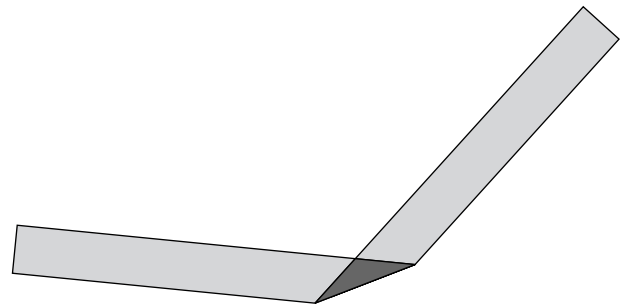
A) $2\sqrt{2}$ cm²

B) $2\sqrt{3}$ cm²

C) 2 cm²

D) $\sqrt{4\sqrt{2}}$ cm²

E) $\sqrt{3}$ cm²



3 Deux nombres réels w et x sont tels que $w+x=101$ et $\frac{1}{w}+\frac{1}{x}=20$. Combien vaut $\frac{w}{x}+\frac{x}{w}$?

A) 2017

B) 2018

C) 2020

D) 2021

E) 2022

4 On augmente la longueur de chaque arête d'un cube de 50%. De combien augmente l'aire totale du cube ?

A) 50 %

B) 75 %

C) 125 %

D) 225 %

E) 300 %

5 Voici une « somme alternée » de 2017 termes :

$$S = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 2017^2.$$

Combien vaut cette « somme alternée » ?

A) 2017^2

B) $2017^2 - 2016$

C) $2017^2 - 1008$

D) 2017×1008

E) 2017×1009

- 6 Jean écrit la suite des nombres entiers au tableau, de 1 à 2017. Puis il fabrique une nouvelle suite de 2017 nombres en remplaçant chacun des nombres par la somme de ses chiffres. Et ainsi de suite, jusqu'à ce que la suite de 2017 nombres obtenus ne comporte plus que des nombres de un chiffre. Quel chiffre apparaît le plus fréquemment dans cette dernière suite ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 9
- 7 Le prix d'un diamant est proportionnel au carré de sa masse. Un gros diamant de 6250 euros pesant 300 g se brise en deux morceaux. Hélas, ces deux nouveaux diamants valent ensemble 3000 euros de moins. Combien le plus gros morceau pèse-t-il ?
A) 160 g B) 180 g C) 200 g D) 225 g E) 240 g
- 8 Quel est le plus petit entier positif dont le carré est la somme de 1000 entiers positifs consécutifs ?
A) 700 B) 750 C) 900 D) 950 E) 1000
- 9 Les 2017 habitants d'une île sont ou bien des menteurs (qui mentent toujours) ou bien des véridiques (qui disent toujours la vérité). Plus d'un millier d'entre eux sont assis autour d'une table ronde lors d'un banquet. Chacun d'eux dit : « Des deux personnes assises à mes côtés, l'une est un menteur et l'autre un véridique ». Combien y a-t-il au maximum de véridiques dans l'île ?
A) 1683 B) 668 C) 670 D) 1344 E) 1343

Question subsidiaire (une réponse est obligatoire pour être classé).*

Combien de jours exactement sont passés depuis le 1^{er} janvier de l'an 1 jusqu'à ce samedi 3 juin 2017 (ces deux jours compris) ?

Rappels.

• L'épreuve est individuelle et dure 40 minutes. **Les calculatrices et autres appareils électroniques sont interdits.** Les classements sont séparés pour chaque niveau (2^{de}, 1^{re}, ...).

• **Il y a une seule bonne réponse par question.** Pour les questions 1 à 3, une bonne réponse rapporte 3 points ; pour les questions 4 à 6, 4 points ; et pour les questions 7 à 9, 5 points. Une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. La note obtenue est comprise entre 0 et 45 (9 points sont donnés au départ).

* En cas d'ex æquo (sur les 9 premières questions), celle ou celui ayant donné le nombre le plus proche du nombre demandé à la question subsidiaire sera classé(e) devant.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 2 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »