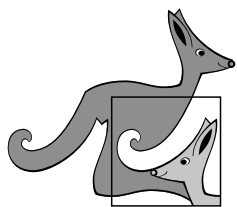


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

TROPHÉES 2013



Samedi 1^{er} juin — Durée : 40 minutes
Épreuve Lycées

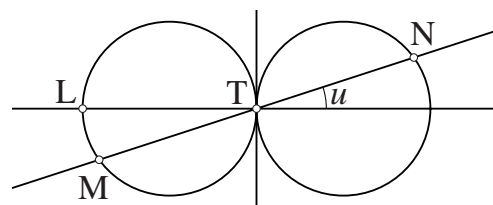


- 1 Hier, quand je me suis trouvé face à face avec le Kangourou, j'ai remarqué que l'heure de notre rencontre était exactement la moyenne entre le temps qu'il restait jusqu'à midi et le temps qu'il restait jusqu'à minuit. Quelle heure était-il ?

A) 5 h B) 6 h C) 8 h D) 9 h E) 10 h

- 2 Deux cercles de rayon 1 sont tangents extérieurement en T (voir figure). L est le point du premier cercle diamétralement opposé à T.

M et N sont respectivement des points du premier cercle et du second cercle tels que la droite (MN) passe par T et fasse un angle u avec la droite (LT).
Si $u = 30^\circ$, quelle est alors l'aire du triangle LMN ?



A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

- 3 Trente-deux joueurs disputent un tournoi de tennis, en simple. Au premier tour, 16 parties sont jouées et les perdants sont éliminés. De même, au deuxième tour, 8 joueurs sont éliminés et, ainsi de suite, jusqu'à la finale. Quel est le nombre moyen de parties jouées par un joueur dans ce tournoi ?

A) $\frac{31}{32}$ B) 1 C) $\frac{31}{16}$ D) 2 E) $\frac{21}{8}$

- 4 Une boîte contient trois cartes rouges, trois cartes vertes, trois cartes jaunes et trois cartes bleues. Pour chacune des couleurs les cartes sont numérotées 1, 2 et 3. Si l'on choisit trois cartes au hasard dans la boîte, quel est l'événement le plus probable ?

A) Tirer trois cartes de la même couleur.
B) Tirer trois cartes avec le même numéro.
C) Tirer trois cartes numérotées 1, 2 et 3 (quelles que soient leurs couleurs).
D) Tirer trois cartes de trois couleurs différentes.
E) Aucun des événements A, B, C ou D, car ils sont équiprobables.

- 5 x est un réel non nul vérifiant l'égalité $x + \frac{1}{x} = 3$.

Combien vaut $K = x^4 + \frac{1}{x^4}$?

A) 47 B) 49 C) 77 D) 79 E) K peut prendre plusieurs valeurs

- 6 Un nombre décimal a est composé d'une partie entière, que nous noterons $[a]$, et d'une partie décimale, que nous noterons $\langle a \rangle$. Ainsi $a = [a] + \langle a \rangle$.
Sachant que x , y et z sont trois décimaux positifs et que :

$$x + [y] + \langle z \rangle = 4,2 ; y + [z] + \langle x \rangle = 3,6 \text{ et } z + [x] + \langle y \rangle = 2,$$

combien vaut $\langle y \rangle$?

- A) 0,1 B) 0,3 C) 0,5 D) 0,7 E) 0,9

- 7 Parmi les facteurs premiers ci-dessous, lequel n'est pas un diviseur de $3^{32} - 2^{32}$?

- A) 5 B) 13 C) 17 D) 19 E) 97

- 8 On s'intéresse à tous les carrés 3×3 contenant les neuf nombres de 1 à 9. Dans chacun d'eux il y a quatre carrés 2×2 . On calcule la somme des nombres de chaque carré 2×2 . Quelle est la plus grande valeur possible de la plus petite des quatre sommes calculées dans un carré 3×3 ?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

- 9 La distance entre deux arêtes non adjacentes d'un tétraèdre régulier est 6 dm.

Quel est, en dm^3 , le volume du tétraèdre ?

- A) 18 B) 36 C) 48 D) 72 E) 144

Question subsidiaire (une réponse est obligatoire pour être classé).*

Soit x tel que $x^x = 10^{1000}$. Quel est l'entier le plus proche de x ?

Rappels.

• L'épreuve est individuelle et dure 40 minutes. **Les calculatrices et autres appareils électroniques sont interdits.** Les classements sont séparés pour chaque niveau (2^{de}, 1^{re}, ...).

• **Il y a une seule bonne réponse par question.** Pour les questions 1 à 3, une bonne réponse rapporte 3 points ; pour les questions 4 à 6, 4 points ; et pour les questions 7 à 9, 5 points. Une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. La note obtenue est comprise entre 0 et 45 (9 points sont donnés au départ).

* En cas d'ex æquo (sur les 9 premières questions), celle ou celui ayant donné le nombre le plus proche du nombre à évaluer de la question subsidiaire sera classé(e) devant.

© Art Culture Lecture - les éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 2 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »