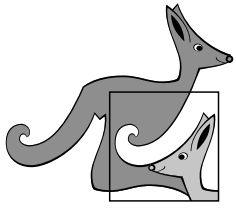


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

TROPHÉES 2010



Samedi 5 juin — Durée : 40 minutes
Épreuve Juniors (2^{de} et 1^{re})

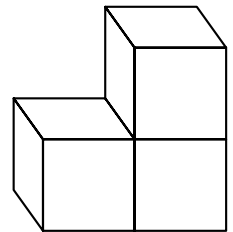


1 Combien existe-t-il d'entiers n strictement positifs tels que $\frac{n}{10-n}$ soit un entier positif ?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2 Trois cubes de côté unité sont collés ensemble pour former le solide dessiné. Quelle est la plus grande distance entre deux points du solide ?

- A) $\sqrt{2}$ B) 3
C) $2\sqrt{2}$ D) 4
E) $2\sqrt{3}$



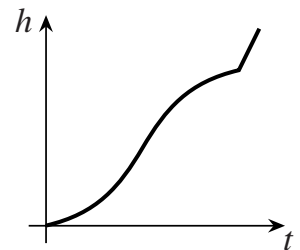
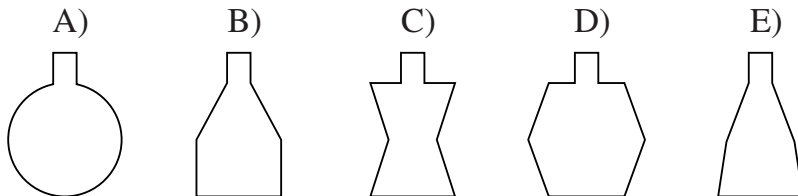
3 Arthur a dans un sac trois balles sur lesquelles sont écrits respectivement 8, 9 et 10. Il en tire deux au hasard et calcule la somme des deux nombres. Agatha a elle aussi trois balles dans un sac, qui portent les numéros 3, 5 et 6. Elle aussi en tire deux au hasard mais calcule le produit des deux nombres.

Quelle est la probabilité que le résultat d'Arthur soit strictement plus grand que celui d'Agatha ?

- A) 4/9 B) 5/9 C) 1/2 D) 1/3 E) 2/3

4 Une bouteille a été remplie à un robinet dont le débit est constant. Voici la courbe donnant la hauteur de l'eau en fonction du temps pendant le remplissage.

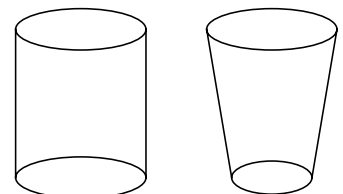
Quelle est la forme de la bouteille qui a donné cette courbe ?



(Les bouteilles sont des solides de révolution.)

5 Le premier verre est cylindrique. Le deuxième est un tronc de cône de même hauteur. En haut, ils ont le même rayon, mais le rayon du bas du verre conique est la moitié de celui du cylindre. Quel est le rapport des volumes des deux verres ?

- A) 2 B) $\frac{7}{5}$ C) $\sqrt{3}$ D) $3 - \sqrt{2}$ E) $\frac{12}{7}$

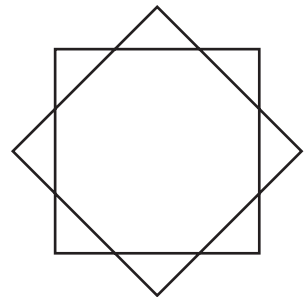


- 6 Une suite de nombres commence par les 3 termes 1, 2 et 3. Le quatrième terme de la suite est la somme des deux premiers moins le troisième. La suite est complétée de la même manière : chaque terme se calcule en retranchant le nombre précédent de la somme des deux nombres encore avant. Quel est le 2010^e élément de cette suite ?
 A) -2006 B) 2008 C) -2002 D) -2004 E) autre réponse

- 7 Kamel a posé deux serviettes en papier carrées l'une sur l'autre de telle sorte que tous les segments du bord aient la même longueur. Quelle est l'aire de la figure obtenue si l'on prend comme unité de longueur le côté d'une serviette en papier ?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ C) $4-2\sqrt{2}$ D) $\frac{4-\sqrt{2}}{2}$

E) autre réponse



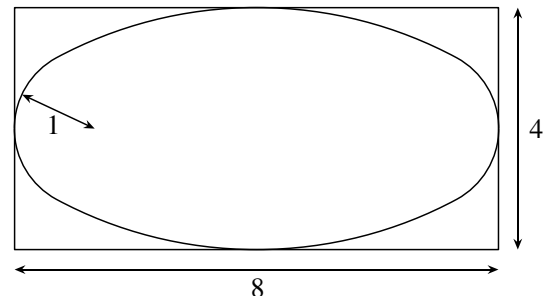
- 8 Une partition d'un entier positif est une décomposition de cet entier en une somme d'entiers strictement positifs (à l'ordre près des termes). Ainsi 3 a trois partitions : 1+1+1, 1+2 et 3. Combien de partitions a le nombre 8 ?

- A) 16 B) 20 C) 21 D) 22 E) 24

- 9 Un ovale est construit avec 4 arcs de cercles. Les deux arcs du haut et du bas ont même rayon, les deux arcs de gauche et de droite ont pour rayon 1. Les arcs se raccordent tangentiellement et l'ovale tient pile-poil dans un rectangle de 4 sur 8.

Quel est le rayon des grands arcs de cercle ?

- A) 6 B) 6,5 C) 7
 D) 7,5 E) 8



Question subsidiaire (une réponse est obligatoire pour être classé).*

Dans l'ensemble des nombres $\{1, 2, 3, 4, \dots, 2009, 2010\}$, E est un sous-ensemble tel que : si n appartient à E, alors $3n$ n'appartient pas à E.

Quel est le nombre maximal d'éléments de E ?

Rappels.

• L'épreuve est individuelle et dure 40 minutes. **Les calculatrices sont interdites.** Les classements sont séparés pour chaque niveau (2^{de}, 1^{re}, ...).

• **Il y a une seule bonne réponse par question.** Pour les questions 1 à 3, une bonne réponse rapporte 3 points ; pour les questions 4 à 6, 4 points ; et pour les questions 7 à 9, 5 points. Une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point. La note obtenue est comprise entre 0 et 45 (9 points sont donnés au départ).

* En cas d'ex æquo (sur les 9 premières questions), celle ou celui ayant donné le nombre le plus proche du nombre à évaluer de la question subsidiaire sera classé(e) devant.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 2 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »