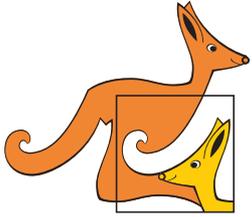


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de cinq millions de participants dans le monde.

Jeu-concours 2009 • Durée : 50 minutes

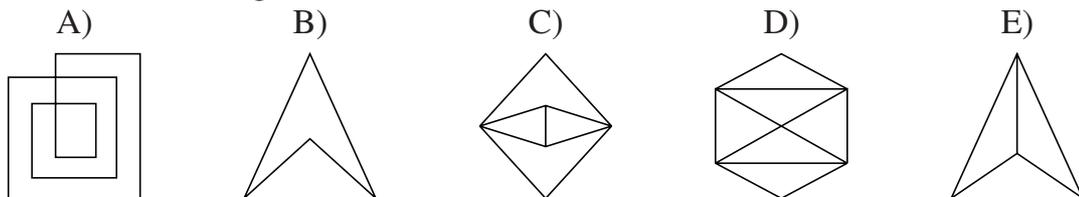
Épreuve Juniors, sujet J

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses justes consécutives depuis la première question).
- Les classements sont séparés** pour chaque niveau : [2^{de}], [1^{re}S], [1^{re} non S] et [T^{ale} non S] des lycées d'enseignement général et technologique et les [1^{re} Bac pro] et [T^{ale} Bac pro].
-

1 Lequel des nombres suivants est un multiple de 3 ?
A) 2009 B) $2+0+0+9$ C) $(2+0) \times (0+9)$ D) 2^9 E) $200-9$

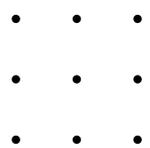
2 $41 \times 49 = 2009$. Combien vaut $\frac{2009}{41} - \frac{2009}{49}$?
A) 2009 B) $\frac{8}{2009}$ C) 90 D) $-\frac{2009}{90}$ E) 8

3 Laquelle des cinq figures suivantes ne peut pas se dessiner sans lever le crayon et sans repasser deux fois sur le même segment ?



4 Sur la figure ci-contre, quel est le nombre minimal de points qu'il faut effacer de telle sorte qu'il n'y ait plus aucun alignement de 3 points ?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 7



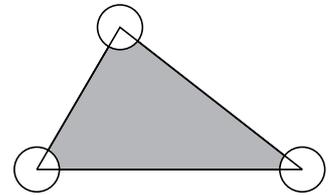
5 2009 personnes ont participé à une course. Le nombre de personnes moins bien classées que Jeanne est le triple du nombre de personnes mieux classées qu'elle. À quelle place Jeanne a-t-elle fini ?

- A) 503 B) 501 C) 500 D) 1503 E) 1507

6 Combien vaut $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{6}{7}$ de $\frac{7}{8}$ de $\frac{8}{9}$ de $\frac{9}{10}$ de 1000 ?

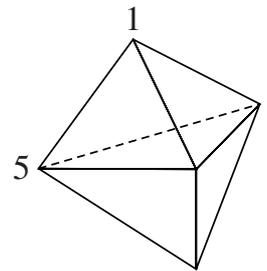
- A) 250 B) 200 C) 100 D) 50 E) aucun de ceux-ci

- 7** Sur la figure, l'aire du triangle est 80 m^2 et le rayon de chaque cercle centré sur les 3 sommets du triangle est 2 m.
Combien mesure, en m^2 , la surface grisée sur la figure ?
A) 76 B) $80 - 2\pi$ C) $40 - 4\pi$
D) $80 - \pi$ E) 78π

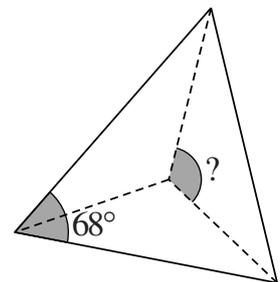


- 8** Léonard écrit deux nombres. Puis, ensuite, il écrit au fur et à mesure la somme des deux précédents nombres écrits. Le 4^e nombre qu'il a écrit est 6 et le 6^e nombre est 15. Quel est alors le 7^e nombre écrit ?
A) 9 B) 16 C) 21 D) 22 E) 24

- 9** La figure montre un solide formé de 6 faces triangulaires. On écrit un nombre à chaque sommet. Deux nombres 1 et 5 sont déjà placés. Les trois autres nombres sont tels que les sommes des 3 nombres aux sommets de chacune des faces soient égales. Combien vaut la somme des nombres écrits aux 5 sommets ?
A) 9 B) 12 C) 17
D) 18 E) 24

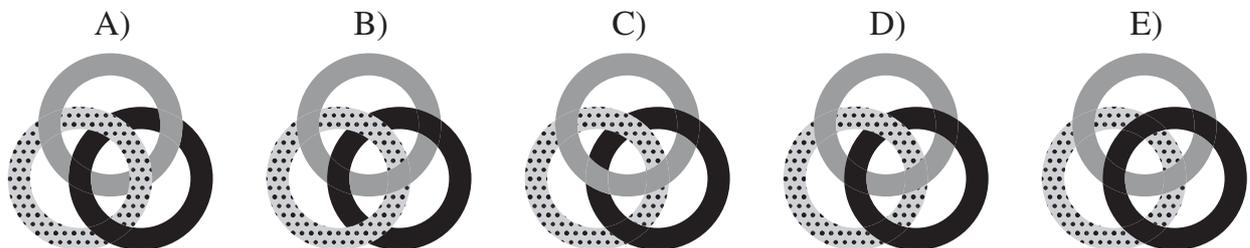


- 10** Dans le triangle ci-contre, on a tracé les 3 bissectrices. L'un des angles du triangle mesure 68° . Combien mesure l'angle marqué d'un point d'interrogation ?
A) 112° B) 124°
C) 128° D) 132°
E) 136°

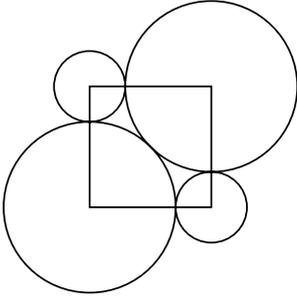


- 11** Les notes des contrôles peuvent être 0, 1, 2, 3, 4 ou 5. Après quatre contrôles, Marie a 4 de moyenne. L'une des phrases suivantes ne peut pas être vraie. Laquelle ?
A) Marie n'a eu que des 4. B) Marie a eu deux 3. C) Marie a eu trois 3.
D) Marie a eu un 1. E) Marie a eu deux 4.

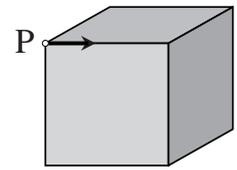
- 12** Les trois anneaux des frères Borromée sont entrelacés et inséparables. Mais, si l'un quelconque des anneaux est brisé, alors les deux autres sont aussi séparés. Laquelle des figures suivantes montre les anneaux des frères Borromée ?



- 13** Si $a \Delta b = ab + a + b$ et que $3 \Delta 5 = 2 \Delta x$. Combien vaut x ?
A) 3 B) 6 C) 7 D) 10 E) 12

- 14** Un kangourou va parcourir un cercle où sont disposées dans le sens des aiguilles d'une montre : une poire (en position 1) et six pommes (aux positions 2, 3, 4, 5, 6 et 7). Le kangourou choisit un fruit, le mange, puis avance de 7 fruits restants, dans le sens des aiguilles d'une montre, mange le fruit sur lequel il tombe, avance de 7 fruits restants et ainsi de suite jusqu'à manger le dernier fruit. Quel est le numéro de la pomme par laquelle il doit commencer, pour finir son repas par la poire ?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7
- 15** Une île est peuplée de « sages » qui disent toujours la vérité et de « menteurs » qui mentent tout le temps. 25 habitants de cette île forment une queue et chaque personne de cette queue, hormis la première, affirme que la personne, devant elle dans la queue, est un menteur. La première personne de la queue, elle, affirme que toutes les personnes derrière elle dans la queue sont des menteurs. Combien de menteurs figurent dans cette queue ?
 A) 0 B) 12 C) 13 D) 24 E) il est impossible de le déterminer
- 16** Lequel des cinq nombres suivants est compris entre $\frac{2009}{2008}$ et $\frac{20009}{20008}$?
 A) 1,1 B) 1,01 C) 1,001 D) 1,0001 E) 1,00001
- 17** À partir de deux sommets opposés d'un carré, on trace deux cercles tangents de même rayon R . À partir des deux autres sommets du carré, on trace deux autres cercles de rayon r , tangents aux deux grands cercles.
 Combien vaut le rapport $\frac{R}{r}$?
 A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $1 + \sqrt{2}$ D) 2,5 E) $0,8\pi$
- 
- 18** Un bébé « Kangourou » joue avec 2009 cubes de côté 1 et construit avec la totalité un parallélépipède rectangle. Il colle une pastille sur chacun des carrés de côté 1 de toutes les faces de son parallélépipède. Il avait 2009 pastilles et il lui en reste. Combien lui en reste-t-il ?
 A) plus de 1000 B) 763 C) 476 D) 49 E) 1
- 19** On aligne des poires, des pommes, des pêches et des prunes, de telle sorte que chaque variété de fruit soit, quelque part sur la ligne, voisine de chaque autre variété. Combien faut-il de fruits au minimum pour réaliser une telle ligne ?
 A) 4 B) 7 C) 8 D) 11 E) 12
- 20** Un kangourou est assis à l'origine d'un système de coordonnées orthonormé. Il peut sauter d'une unité verticalement ou horizontalement dans les deux sens des axes. Sur combien de points peut se retrouver le kangourou après 10 sauts ?
 A) 121 B) 100 C) 400 D) 441 E) 396

- 21** Une fourmi se déplace à l'extérieur d'un cube, sur les arêtes. Elle part du point P, dans la direction indiquée par la flèche. Chaque fois qu'elle arrive à un sommet, elle doit tourner de 90° . Elle choisit de tourner alternativement, une fois à droite, une fois à gauche. Combien d'arêtes aura-t-elle parcourues quand elle reviendra pour la première fois à son point de départ ?



A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

- 22** Vendredi a écrit une suite de nombres tous différents pris parmi les entiers de 1 à 9. Robinson Crusoe examine cette suite de nombres et constate que, dans chaque paire de 2 nombres voisins, il y a toujours l'un des nombres qui est multiple de l'autre. Robinson constate aussi que Vendredi a écrit l'une des plus longues suites possibles ayant cette propriété. Quelle est la longueur de cette suite ?

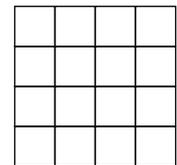
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

- 23** Chaque lettre représente un et un seul chiffre, de même chaque chiffre n'est représenté que par une et une seule lettre. Le produit $K \times A \times N \times G \times O \times U \times R \times O \times U$ vaut 396 900. Combien vaut alors $K + A + N + G + R$?

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

- 24** Sur un damier 4×4 , on place des jetons dans des cases de manière que les nombres de jetons dans chacune des lignes et chacune des colonnes soient 8 nombres différents. Combien de jetons faut-il au minimum ?

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18



Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25** Quel nombre minimal d'éléments faut-il retirer de la suite (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16) pour qu'aucune somme de deux éléments restants ne soit un carré parfait ?

- 26** Un nombre est dit « étrange » s'il a 1 chiffre et qu'il est premier (2, 3, 5 et 7 sont étranges) ou s'il est premier et qu'ayant 2 chiffres ou plus, on obtient un nombre étrange en lui ôtant son premier chiffre et on obtient aussi un nombre étrange en lui ôtant son dernier chiffre. Combien y a-t-il de nombres étranges ?

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
« Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

Des livres pour faire, comprendre et aimer les mathématiques

