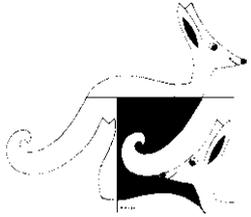


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

des millions de participants dans toute l'Europe

Jeudi 20 mars 2003 – Durée : 50 minutes

Épreuve Juniors (Lycées)

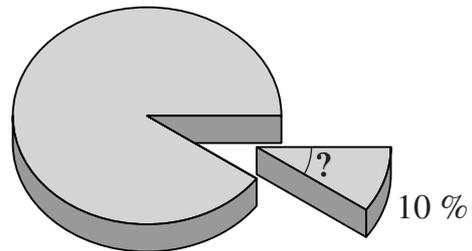


J

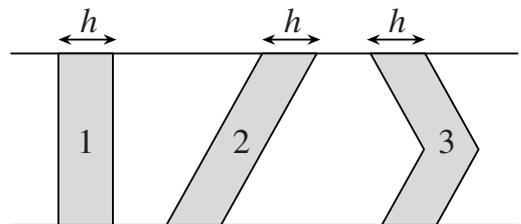
- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
- **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
- Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (un maximum de réponses consécutives sans erreur depuis la première question). Environ 1 participant sur 5 reçoit un prix. Les classements sont séparés pour les [2^{nde}], les [1^{ère}S], les [autres classes non scientifiques de lycée] et les [Bac Pro].

- 1 Quel est le plus grand nombre ?
A) $2+0+0+3$ B) $2\times 0\times 0\times 3$ C) $(2+0)\times(0+3)$ D) $20\times 0\times 3$ E) $(2\times 0)+(0\times 3)$

- 2 On a coupé une part représentant 10% d'un gâteau circulaire comme indiqué sur la figure. Combien vaut, en degré, l'angle marqué par le point d'interrogation ?
A) 18° B) 20° C) 36°
D) 10° E) 24°



- 3 Sur le schéma trois bandes numérotées 1, 2, et 3 ont été représentées. Elles ont toutes la même largeur horizontale h , et sont construites entre deux droites parallèles. Quelle bande a la plus grande aire ?
A) elles ont toutes les trois la même aire
B) la bande 1 a la plus grande aire
C) la bande 2 a la plus grande aire
D) la bande 3 a la plus grande aire
E) cela dépend de h

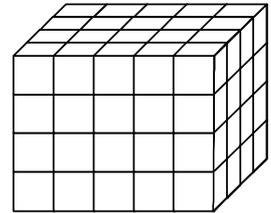


- 4 Le hérisson dit à ses amis : « Si j'avais ramassé deux fois plus de pommes, j'en aurai 24 de plus que ce que j'ai vraiment. » Combien le hérisson a-t-il de pommes ?
A) 48 B) 24 C) 42 D) 12 E) 36



- 5 Lequel des nombres proposés est impair quel que soit l'entier n ?
A) $2003n$ B) $n+2003$ C) n^2 D) $n+2004$ E) $2n+2003$

- 6** Christine a réalisé le pavé dessiné ci-contre avec des cubes rouges et des cubes bleus. Les six faces du pavé sont faites de cubes rouges, mais tous les cubes à l'intérieur sont bleus.
Combien de cubes bleus Christine a-t-elle utilisés ?
A) 12 B) 24 C) 36 D) 40 E) 48



- 7** $\frac{999\,999}{999} - 1 = \dots$
A) 9^3 B) $9^3 - 1$ C) 998 D) 1000 E) $\frac{998}{999}$

- 8** On considère tous les nombres de quatre chiffres que l'on peut écrire avec les quatre chiffres du nombre 2003. La somme de tous ces nombres vaut :
A) 5005 B) 5555 C) 16665 D) 1110 E) 15555

- 9** L'aire du carré de la figure 1 est p , et l'aire de chacun des disques est q . Trois disques tangents deux à deux ont leurs centres alignés comme le montre la figure 2. Autour de ces trois disques, on tend une corde aussi courte que possible ; quelle est alors l'aire du domaine intérieur à la corde ?
A) $3q$ B) $2p + q$ C) $p + 2q$
D) $3p$ E) $p + q$

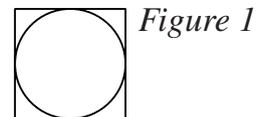


Figure 1

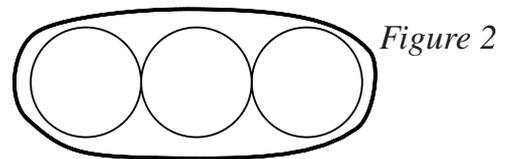
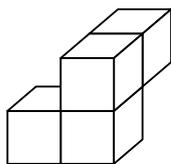
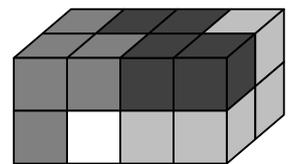
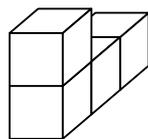


Figure 2

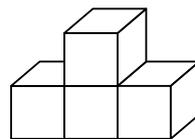
- 10** Un pavé est construit avec 4 blocs composés chacun de 4 cubes, comme le montre la figure. On voit clairement trois de ces blocs sur la figure. Quel est le bloc auquel appartient le cube blanc ?



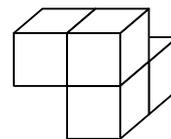
A)



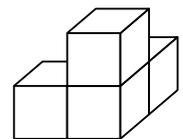
B)



C)



D)

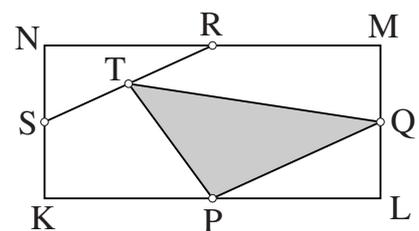


E)

- 11** Dans cette addition chacune des lettres X , Y et Z représente un chiffre différent non nul. X représente le chiffre :
A) 1 B) 2 C) 7
D) 8 E) 9

$$\begin{array}{r} XX \\ + YY \\ + ZZ \\ \hline ZYX \end{array}$$

- 12** Dans un rectangle $KLMN$, les points P , Q , R et S sont les milieux respectifs de $[KL]$, $[LM]$, $[MN]$ et $[KN]$, et T est le milieu du segment $[RS]$. Quelle fraction de l'aire du rectangle $KLMN$ représente l'aire du triangle PQT ?
A) $\frac{5}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{3}{8}$



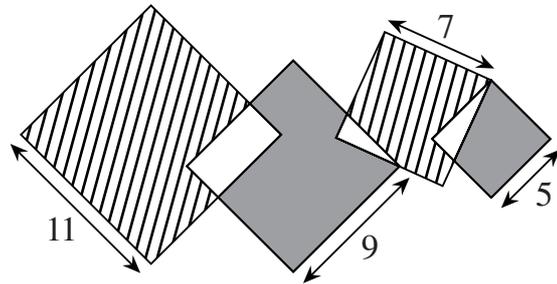
- 13** Un Kangourou met 15 minutes pour traverser une vallée et revenir. Sa vitesse à l'aller est de 5m/s et au retour de 4m/s. La largeur de la vallée traversée est...
- A) 4,05 km B) 1,8 km C) 4 km D) 2 km E) impossible à déterminer

- 14** Un tonneau vide à 30% contient 30 litres de plus que plein à 30%.
Quel est le volume du tonneau ?
- A) 60 ℓ B) 75 ℓ C) 90 ℓ D) 100 ℓ E) 120 ℓ

- 15** Trois chanteurs entonnent une chanson de 3 phrases de même longueur qu'ils chantent chacun 4 fois. Le 2^{ème} chanteur commence à chanter lorsque le 1^{er} chanteur entonne la 2^{ème} phrase et le 3^{ème} chanteur commence à chanter lorsque le 1^{er} chanteur entonne la 3^{ème} phrase. Pendant quelle fraction de leur prestation totale les 3 chanteurs ont-ils chanté ensemble ?
- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{7}{11}$

- 16** Quelle est la différence entre l'aire hachurée et l'aire grisée ?

- A) 25
B) 36
C) 49
D) 64
E) 0



- 17** Combien vaut le produit $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{2002}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2003}\right)$?

- A) 2004 B) 2003 C) 2002 D) 1002 E) 1001

- 18** N est le nombre 111 111 formé de 2003 chiffres 1.

Combien vaut la somme des chiffres du produit $2003 \times N$?

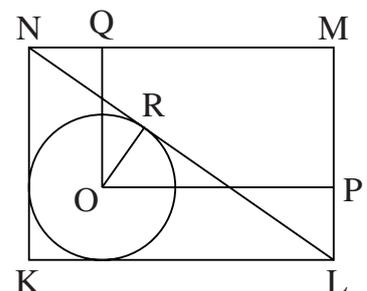
- A) 10000 B) 10015 C) 10020 D) 10030 E) 2003×2003

- 19** Les deux premiers termes d'une suite de nombres sont 1 et 2.
Chaque nouveau terme s'obtient en divisant l'avant-dernier par le dernier.
Quel est le dixième terme de cette suite ?

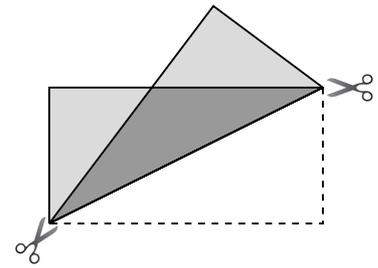
- A) 2^{-10} B) 256 C) 2^{-13} D) 1024 E) 2^{34}

- 20** Le rectangle KLMN a une surface de 36 cm^2 .
Le cercle centré en O est inscrit dans le triangle KLN.
Quelle est l'aire, en cm^2 , du rectangle OPMQ ?

- A) 24 B) 6π
C) 18 D) $12\sqrt{2}$
E) cela dépend du rapport des côtés KL et KN



- 21** On plie une feuille de papier rectangulaire, de dimension 6 cm sur 12 cm, le long d'une de ses diagonales. On coupe les parties du papier qui ne se recouvrent pas puis on déplie la feuille. On obtient alors un losange. Quelle est la longueur du côté du losange ?



- A) $\frac{7\sqrt{5}}{2}$ cm B) 7,35 cm C) 7,5 cm
 D) 7,85 cm E) 8,1 cm

- 22** Quel est le plus grand nombre d'entiers consécutifs que l'on peut choisir tel que la somme des chiffres d'aucun d'entre eux ne soit divisible par 5 ?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

- 23** Sur une étagère sont rangés 50 livres, certains de maths, les autres de physique. Il n'y a pas deux livres de physique côte à côte, mais tout livre de maths est à côté d'un autre livre de maths. Parmi les phrases suivantes, laquelle peut être fausse ?

- A) Il y a au moins 32 livres de maths.
 B) Il y a au plus 17 livres de physique.
 C) Il y a 3 livres de maths à la suite.
 D) S'il y a 17 livres de physique, alors il y a un livre de physique à l'une ou l'autre des extrémités de l'étagère.
 E) Sur 9 livres qui se suivent, il y a au moins 6 livres de maths.

- 24** On a écrit tous les nombres entiers naturels de 1 à 7 chiffres que l'on peut obtenir en utilisant uniquement les chiffres 0 et 1. Combien de fois a-t-on écrit le chiffre 1 ?

- A) 128 B) 288 C) 448 D) 512 E) 896

Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex-æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

25

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 + \square \square \circ \\
 + \square \triangle \triangle \\
 \hline
 2 \ 0 \ 0 \ 3
 \end{array}$$

$\square + \circ = ?$

- 26** Il y a des dragons tout vert et des dragons tout rouge. Chaque dragon rouge a 6 têtes, 8 jambes et 2 queues. Chaque dragon vert a 8 têtes, 6 jambes et 4 queues. En tout, cela fait 44 queues. Et on compte aussi 6 jambes vertes de moins que de têtes rouges. Combien y a-t-il de dragons rouges dans le donjon ?