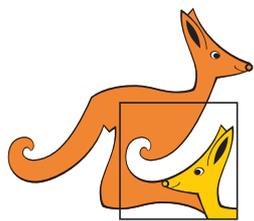


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de trois millions et demi de participants dans le monde.

Mars 2006 — Durée : 50 minutes

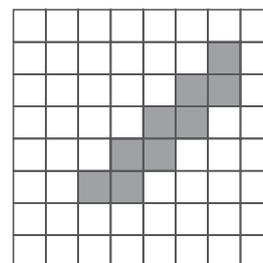
Épreuve Étudiants, sujet S

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
 - **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
 - Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (au nombre de réponses consécutives sans erreur depuis la première question).
- Les classements sont séparés pour les Terminale S et pour les étudiants (Bac+).**
-

1 Parmi les nombres suivants, quel est le plus grand ?
A) 2006×2006 B) 2005×2007 C) 2004×2008 D) 2003×2009 E) 2002×2010

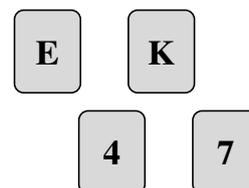
2 Les nombres premiers sont classés par ordre croissant ($2 < 3 < 5 < \dots$).
On effectue le produit des 2006 premiers nombres de cette liste.
Quel est le nombre de zéros terminant ce produit ?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 9 E) 26

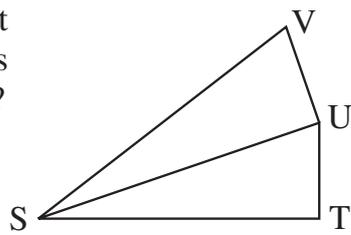
3 On considère la région constituée par les carrés colorés en gris.
Quel est le nombre maximum de carrés blancs que l'on peut colorer en gris permettant d'augmenter l'aire de cette région grise sans augmenter son périmètre ?
A) 0 B) 7 C) 18
D) 12 E) 16



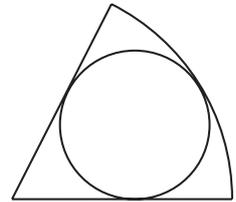
4 Une roulette non truquée comporte 37 nombres : tous les entiers de 0 à 36.
Quelle est la probabilité pour que la boule lancée s'arrête sur un nombre premier ?
A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{11}{37}$ C) $\frac{11}{36}$ D) $\frac{12}{37}$ E) $\frac{1}{3}$

5 On dispose des cartes : chacune a une lettre sur une face et un nombre sur l'autre face. Quatre sont posées sur la table comme ci-contre. Pierre affirme : « Pour chacune de ces cartes, si la carte a une voyelle sur une face, alors elle a un nombre pair sur l'autre face. »
Quel est le plus petit nombre de cartes qu'Alice doit retourner pour être certaine que Pierre a dit la vérité ?
A) aucune B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



- 6** Deux trains de même longueur circulent en sens opposés sur deux voies parallèles. La vitesse du premier est 100 km/h et celle du second est 120 km/h. Un passager du deuxième train constate qu'il faut exactement six secondes pour que le premier train passe complètement devant lui. Combien de temps faut-il à un passager du premier train pour voir le second train passer complètement devant lui ?
 A) 5 s B) 6 s C) entre 6 s et 7 s D) 7 s E) plus de 7 s
- 7** Si $4^x = 9$ et $9^y = 256$, alors la valeur du produit xy est :
 A) 2006 B) 48 C) 36 D) 10 E) 4
- 8** Le panneau de signalisation dessiné ci-contre est circulaire de rayon 20 cm. Chacune des zones noires est un quart d'un même disque Δ et sur ce panneau la somme des aires des zones noires est égale à l'aire de la zone claire. Quel est le rayon du disque Δ ?
 A) $10\sqrt{2}$ cm B) $4\sqrt{5}$ cm C) $\frac{20}{3}$ cm D) 12,5 cm E) 10 cm
- 
- 9** On forme tous les nombres ayant neuf chiffres et utilisant chacun des neuf chiffres 1, 2, ..., 9. Chacun de ces nombres est écrit sur une feuille de papier (un nombre par feuille) et toutes ces feuilles sont placées dans un conteneur. Quel est le nombre minimum de feuilles que l'on doit tirer de ce conteneur pour être certain d'obtenir au moins deux nombres commençant par le même chiffre ?
 A) 9! B) 8! C) 72 D) 10 E) 9
- 10** On considère la figure ci-contre. On sait que la longueur ST vaut 1, que les angles \widehat{STU} et \widehat{SUV} sont des angles droits et que les angles \widehat{UST} et \widehat{VSU} sont égaux, de valeur θ . Quelle est la longueur SV ?
 A) $\cos\theta + \tan\theta$ B) $\frac{1}{\cos(2\theta)}$ C) $\cos^2\theta$
 D) $\cos(2\theta)$ E) $\frac{1}{\cos^2\theta}$
- 
- 11** Une des formules suivantes définit une fonction dont le graphe admet l'axe des y comme axe de symétrie. Laquelle ?
 A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 \sin x$ C) $y = x \cos x$ D) $y = x \sin x$ E) $y = x^3$
- 12** On considère un nombre entier non nul, à un seul chiffre. Le reste de la division euclidienne de 1001 par cet entier est 5. Quel est le reste de la division de 2006 par ce même entier ?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
- 13** m, n, p sont trois nombres premiers tels que $m > n > p$. On sait que $m + n + p = 78$ et $m - n - p = 40$. Alors le produit mnp est :
 A) 438 B) 590 C) 1062 D) 1239 E) 2006

- 14** On considère la figure ci-contre ; le quotient du rayon du secteur circulaire par le rayon du cercle inscrit dans ce secteur est 3. Quel est le quotient des aires de ce secteur circulaire et du cercle inscrit ?
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{5}{4}$



- 15** Seize équipes participent à un tournoi de volley. Chaque équipe joue un match contre chacune des autres. Il n'y a pas de match nul et, pour chaque match, l'équipe qui gagne obtient 1 point, celle qui perd 0 point. À la fin de ce tournoi, les scores obtenus par ces équipes constituent les termes d'une progression arithmétique. Quel est le score de l'équipe classée dernière ?
- A) 3 B) 2 C) 1 D) la situation décrite est impossible
E) la réponse est un autre score

- 16** L'année dernière, il y avait 30 garçons de plus que de filles dans la chorale de l'école. Cette année, le nombre des membres de la chorale a augmenté de 10% : le nombre de filles a augmenté de 20% et le nombre de garçons de 5%. Combien de membres compte la chorale cette année ?
- A) 88 B) 99 C) 110 D) 121 E) 132

- 17** Sur la *figure 1* ci-contre, on peut échanger deux carreaux quelconques situés soit dans la même ligne, soit dans la même colonne. Quel est le nombre minimum d'échanges à effectuer pour passer de la *figure 1* à la *figure 2* ?
- A) cela n'est pas possible B) 2
C) 3 D) 4 E) 5

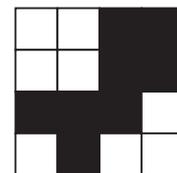


figure 1

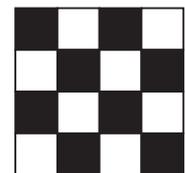
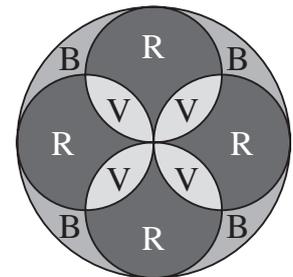


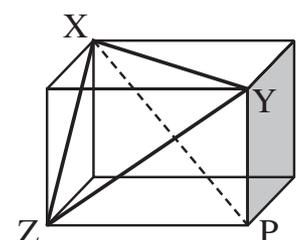
figure 2

- 18** Dans une église, il y a un vitrail conforme à la figure ci-contre où les lettres R, V et B représentent les couleurs, rouge, verte et bleue des parties de ce vitrail. Sachant qu'il y a 400 cm² de verre de couleur verte dans ce vitrail, quelle est l'aire, en cm², de verre de couleur bleue ?
- A) 396 B) 400 C) 120π
D) 90√2π E) 382

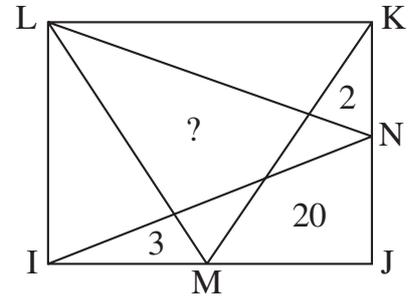


- 19** Soient deux nombres u et s strictement plus grands que 1. Quelle est la fraction représentant le plus grand nombre ?
- A) $\frac{u}{s-1}$ B) $\frac{u}{s+1}$ C) $\frac{2u}{2s+1}$ D) $\frac{2u}{2s-1}$ E) $\frac{3u}{3s+1}$

- 20** On considère le parallélépipède rectangle dessiné ci-contre. Les longueurs des côtés du triangle XYZ sont 8 cm, 9 cm et √55 cm. Quelle est la longueur de la diagonale [XP] ?
- A) √90 cm B) 10 cm C) √120 cm
D) 11 cm E) √200 cm

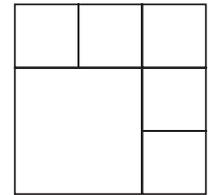


- 21** Deux points M et N sont donnés sur les côtés [IJ] et [JK] du rectangle IJKL. Le rectangle est alors divisé en plusieurs parties. La figure ci-contre, qui représente ce découpage, indique les aires de trois de ces parties. Trouvez l'aire du quadrilatère marqué « ? ».
- A) 20 B) 21 C) 25 D) 26
 E) les informations données sont insuffisantes

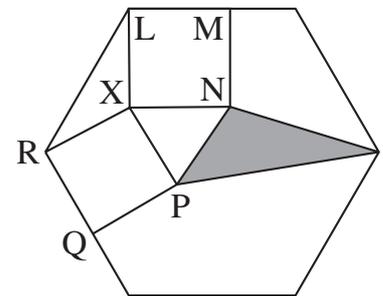


- 22** Paul a supprimé un nombre parmi dix entiers naturels consécutifs. La somme des entiers restants est alors 2006. Paul a supprimé :
- A) 218 B) 219 C) 220 D) 225 E) 227

- 23** On écrit les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 dans les cases du dessin ci-contre (un par case) en respectant une condition : deux nombres situés dans des cases ayant un côté commun, en tout ou partie, ne doivent pas avoir une différence égale à 3. Combien y a-t-il de façons de faire ?
- A) 96 B) 729 C) 720 D) 54 E) 75



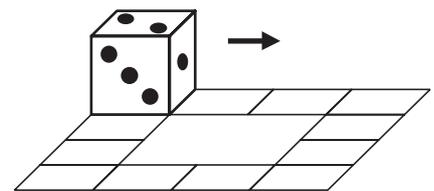
- 24** Un hexagone régulier a des côtés de longueur $\sqrt{3}$. Conformément à la figure ci-contre, on construit deux carrés XLMN et XPQR. Quelle est l'aire de la partie grisée ?
- A) $\frac{5 - \sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 D) $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$



Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

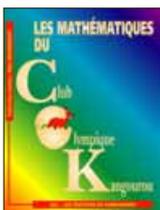
- 25** Le produit de 6 nombres entiers consécutifs, tous strictement inférieurs à 40, se termine par deux zéros mais pas par trois. Combien existe-t-il de tels produits ?

- 26** Sur la figure ci-contre, on dispose d'un chemin constitué de douze carreaux unités. Un dé est placé sur ce chemin et il y roule (dans le sens de parcours, la face verticale ici numérotée 1, tombe sur le premier carreau du chemin). Combien de tours complets du chemin le dé doit-il effectuer pour se retrouver exactement dans la position initiale ? (Indiquer « 0 » si c'est impossible à faire.)



© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé.
 « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »



Librairie du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois, Paris 5^e

Le catalogue des ÉDITIONS DU KANGOUROU sur Internet :

<http://www.mathkang.org/catalogue/>

