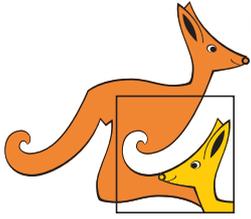


KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES



L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de trois millions de participants dans le monde.

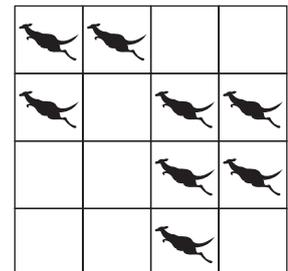
mars 2005 — Durée : 50 minutes

Épreuve Étudiants

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
- **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
- Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (un maximum de réponses consécutives sans erreur depuis la première question). Environ 1 participant sur 6 reçoit un prix. **Les classements sont séparés** pour les **Terminale S** et pour les étudiants (**Bac +**).
- *Les Malices du Kangourou destinées à tous (32 pages mathématiques en couleurs), ainsi que les résultats du concours et les cadeaux, sont envoyés par courrier dans les établissements scolaires pour permettre une remise des prix le vendredi 27 mai.*

- 1** La moyenne de deux nombres est 2005. Si l'un de ces nombres est 5, quel est l'autre ?
A) 2010 B) 4010 C) 2005 D) 4005 E) 1005

- 2** 8 cases de la grille ci-contre sont occupées par des kangourous. On voudrait qu'il y ait exactement deux kangourous par ligne et par colonne. Quel est le plus petit nombre de kangourous devant sauter d'une case à une autre case (pas forcément voisine) ?
A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4



- 3** Pour laquelle des valeurs suivantes de x , le nombre $\frac{1}{x}$ est-il le plus petit ?
A) 2 B) 1 C) -1 D) -2 E) -3

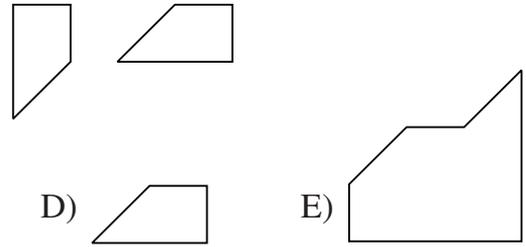
- 4** Cinq cartes numérotées de 1 à 5 sont alignées. À chaque tour, on échange 2 cartes. Combien de tours faut-il, au minimum, pour arriver à la ligne du dessous ?
A) 1 B) 2
C) 3 D) 4
E) 5



- 5** Dans une épreuve de natation (sans ex æquo), Sophie a obtenu le 50^e meilleur résultat, qui est aussi le 50^e plus mauvais. Combien de concurrents ont participé à la compétition ?
A) 50 B) 75 C) 99 D) 100 E) 101

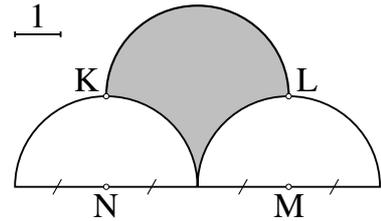
6 Une feuille carrée a été coupée en trois morceaux. Deux d'entre eux sont représentés ci-contre. Quel dessin ne peut pas être celui du troisième morceau manquant ?

- A)  B)  C) 



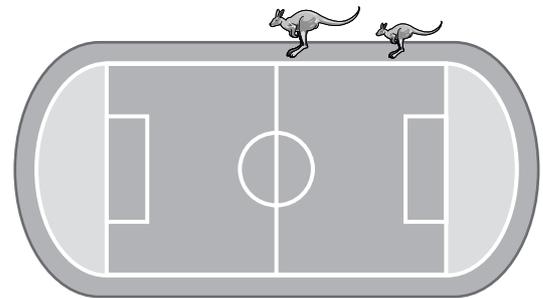
7 La figure montre trois demi-cercles de rayon 2. KLMN est un rectangle. Quelle est l'aire de la partie grisée ?

- A) 2π B) 7 C) $2\pi + 1$
D) 8 E) $2\pi + 2$



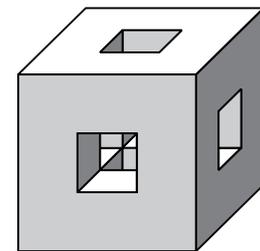
8 Une mère kangourou et son bébé Jumpy sautent autour d'un stade de périmètre 330 m. Chaque seconde, Jumpy fait un bond de 2 m, sa mère fait un bond de 5 m. Ils partent du même point et dans la même direction. Après 25 secondes, Jumpy se fatigue et s'arrête alors que sa mère continue de sauter. Dans combien de temps repassera-t-elle à la hauteur de Jumpy ?

- A) 15 s B) 24 s C) 51 s D) 66 s E) 76 s



9 Un cube $3 \times 3 \times 3$ pèse 810 grammes. On creuse trois trous centrés comme montré sur la figure, chacun de forme parallélépipédique mesurant $1 \times 1 \times 3$. Quel est le poids du solide troué ?

- A) 540 g B) 570 g C) 600 g
D) 630 g E) 660 g

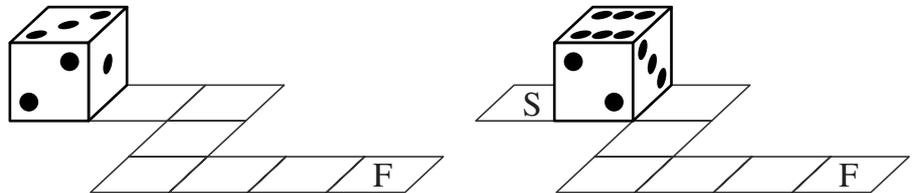


10 La somme de 4 nombres entiers consécutifs ne peut pas être égale à :

- A) 2002 B) 22 C) 202 D) 222 E) 220

11 Les faces opposées d'un dé ont une somme égale à 7. Un dé roule sur un circuit comme le montre les figures. Au point de départ S, la face du haut est un 3. Quelle sera la valeur de la face du haut à l'arrivée (F) ?

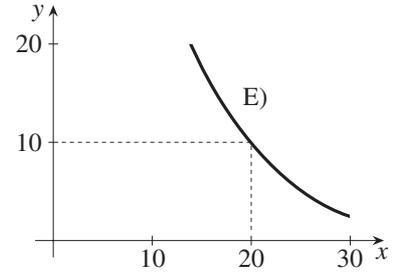
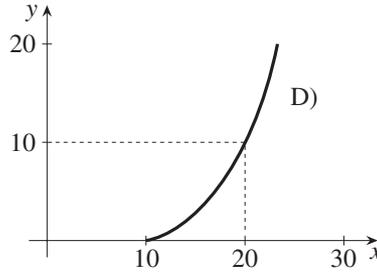
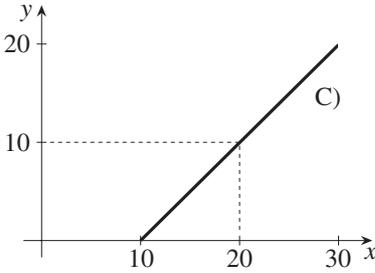
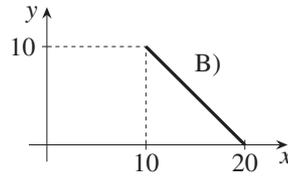
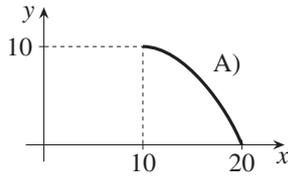
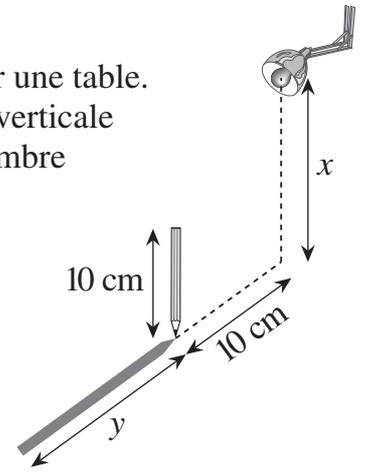
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



12 Gaston fabrique des cubes en bois bicolores. Pour cela, il peint chaque face soit toute noire soit toute blanche. De combien de façons peut-il peindre ses cubes ?

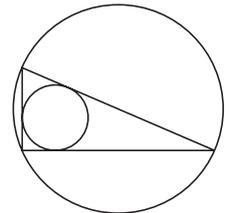
- A) 8 B) 16 C) 32 D) 52 E) 64

- 13** La figure montre une ampoule, un crayon et l'ombre du crayon sur une table. Le crayon de 10 cm de long est placé verticalement à 10 cm de la verticale définie par l'ampoule. Quel graphique montre la longueur y de l'ombre (en centimètres) en fonction de la hauteur x (en centimètres) de l'ampoule au-dessus de la table ($x \geq 10$ cm) ?

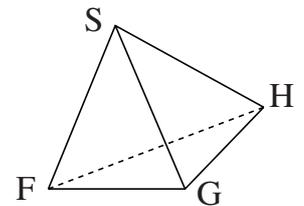


- 14** Une boîte contient 60 tickets : des rouges, des bleus et des blancs. Si tous les tickets rouges étaient remplacés par des bleus, il y aurait alors deux fois plus de tickets bleus que de blancs. Si tous les tickets blancs étaient remplacés par des bleus, il y aurait alors trois fois plus de tickets bleus que de rouges. Combien de tickets bleus contient la boîte ?
 A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

- 15** Soient v et w les longueurs des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle. Si y désigne le diamètre du cercle inscrit et Y celui du cercle circonscrit au triangle, alors combien vaut $y + Y$?
 A) $v + w$ B) $2(v + w)$ C) $0,5(v + w)$
 D) \sqrt{vw} E) $\sqrt{v^2 + w^2}$

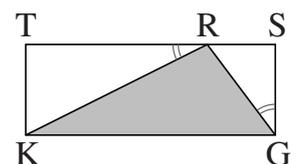


- 16** Les faces SFG, SFH et SGH de la pyramide sont des triangles rectangles en S. Les aires de ces trois faces sont 3, 4 et 6. Quel est le volume de la pyramide ?
 A) 4 B) 5 C) 6
 D) 8 E) 12

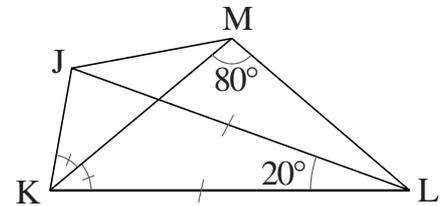


- 17** Alexis doit voyager et prévoit d'aller à une certaine vitesse. Il remarque que s'il augmentait cette vitesse de 5 km/h, il arriverait 5 heures plus tôt et s'il l'augmentait de 10 km/h, il arriverait 8 heures plus tôt. Quelle est la vitesse initialement prévue ?
 A) 10 km/h B) 15 km/h C) 20 km/h D) 25 km/h
 E) c'est impossible à déterminer

- 18** La figure montre un rectangle KGST et un triangle KGR. On sait que les angles \widehat{KRT} et \widehat{RGS} sont égaux. Si $TR = 6$ et $RS = 2$, quelle est l'aire de KGR ?
 A) 12 B) 16 C) $8\sqrt{2}$
 D) $8\sqrt{3}$ E) une autre valeur

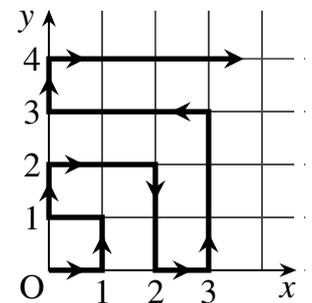


- 19 Dans le quadrilatère JKLM la droite (KM) est la bissectrice de \widehat{JKL} et $JL = KL$.
Si $\widehat{KML} = 80^\circ$ et $\widehat{JLK} = 20^\circ$, que vaut l'angle \widehat{KJM} ?
A) 90° B) 100° C) 110°
D) 120° E) 135°



- 20 Lequel, parmi les nombres suivants, peut exprimer le produit de 4 nombres entiers tous différents et strictement supérieurs à 1 ?
A) 625 B) 124 C) 108 D) 2187 E) 2025
- 21 Un sac contient 17 boules numérotées de 1 à 17. Quel est le plus petit nombre de boules à prendre au hasard pour être sûr d'obtenir au moins une paire de boules dont la somme des numéros soit 18 ?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 17
- 22 Si la somme des chiffres d'un nombre m vaut 30, alors la somme des chiffres du nombre $m + 3$ ne peut pas être égale à ...
A) 6 B) 15 C) 21 D) 24 E) 33

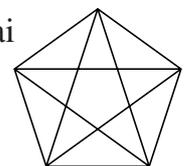
- 23 Un escargot dressé se déplace dans le premier quadrant. Partant de $(0; 0)$, il va d'un point de coordonnées entières à un autre, comme montré sur la figure ci-contre, en se déplaçant d'une unité parallèlement à un des deux axes chaque minute. Quelles sont les coordonnées du point atteint après 2 heures de déplacement ?
A) $(10; 0)$ B) $(1; 11)$ C) $(10; 11)$
D) $(2; 10)$ E) $(11; 11)$



- 24 On choisit un nombre, on le double puis on soustrait 1. Après avoir répété 98 nouvelles fois cette procédure (doubler puis soustraire 1), on obtient $2^{100} + 1$. Quel est le nombre de départ ?
A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) aucun de ces derniers

Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex-æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

- 25 Luc a compté 17 vrais quadrilatères non croisés dans la figure ci-contre (un vrai quadrilatère n'a pas trois sommets alignés). Combien en a-t-il oubliés ?



- 26 Mathieu a choisi, pour les multiplier, 101 nombres entiers entre 0 et 99. Le résultat est 100. Combien de choix différents des 101 nombres pouvait-il faire ?

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

Animations, exercices,
culture mathématique,
informations sur le Kangourou,
catalogue des Éditions du Kangourou

sur Internet

www.mathkang.org