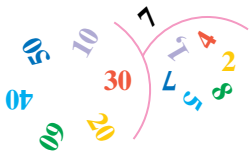
ÉCRITURE DÉCIMALE INFINIE

Il y a des nombres dont l'écriture décimale ne s'arrête pas. Dans le quotient de certains entiers, la division produit toujours de nouveaux chiffres, mais ils finissent par se répéter.
Ainsi, par exemple, on a :

$$\frac{1}{7} = 0{,}142857142857142857142857\ldots$$



$a = 0{,}424242424242424242424242424242424242424242424242424242424242424242424242424242424242424242424242424$
$b = 0{,}999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999$

Que dire alors des deux nombres précédents *a* et *b* ?
Faisons d'abord une manipulation un peu magique pour trouver une écriture infinie du nombre *a*.

Calculons $100 \times a$:

$$100 \times a = 42{,}424242424242424242424242$$

En effet pour multiplier par 100 on déplace la virgule de deux positions vers la droite.

On a donc :

$$100 \times \mathrm{a} = 42 + a$$

d'où $99a = 42$.

Finalement, le nombre *a* s'écrit $\frac{42}{99}$.

Le tour est joué !

QUESTIONS AUX MALICIEUX

Trouver une écriture finie des nombres

$c = 0{,}421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421421\ldots$
$d = 0{,}178917891789178917891789178917891789178917891789178917891789178917891789178917891789178178\ldots$
$e = 864008640086400864008640086400864008640086400864008640086400864008640086400864008640086400\ldots$
$f = 0{,}757575757575757575757575757575757575757575757575757575757575757575757575757575757575757\ldots$
$g = 0{,}888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888888\ldots$
$h = 0{,}333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333333\ldots$
$b = 0{,}999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999999915$

© ACL - Éditions du kangourou (extraits)