

## KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)

Tél. : 01 43 31 40 30

[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

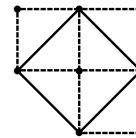
Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991, a lieu tous les ans au mois de mars. 5 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une quarantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

### Kangourou 2008 - Corrigé de l'épreuve Cadets

1. Réponse **D**.  $2 \times 1000 \times 8 = 16000$ .

2. Réponse **B**. 99 est le seul multiple de 9 à dont les deux chiffres sont identiques.

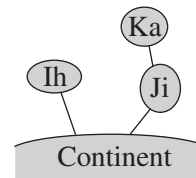
3. Réponse **C**. On peut tracer 3 petits carrés entre points voisins et 1 carré « en biais », soit 4 carrés au total.



4. Réponse **A**.  $24 = 3 \times 4 \times 2$ .  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 24 = 1$ .

5. Réponse **D**. La lettre C reste dans la boîte 4 ; il faut donc enlever C de la boîte 5, où il y reste B ; et il faut donc enlever B de la boîte 3, où il reste E. Et il faut donc enlever B, C, E de la boîte 2 où il reste donc D.

6. Réponse **D**. Les trajets à faire sont :  
Continent-Ih et retour,  
Continent-Ji puis Ji-Ka et retour à Ji puis  
au continent.  
Au total, cela fait 6 trajets en bateau.



7. Réponse **C**. Sur les 22 élèves (9 + 13), 11 sont enrhumés. Même si tous les garçons le sont, au moins 2 filles sont enrhumées.

8. Réponse **B**. La somme des 2 grands côtés du triangle est égale à la somme de 3 côtés du carré (c'est leur périmètre commun moins leur côté commun, soit 12 cm). Le périmètre du pentagone formé avec les 2 grands côtés du triangle et 3 côtés du carré est  $2 \times 12$  cm, soit 24 cm.

**9. Réponse C.** Le cube a 12 arêtes. À chaque sommet, après découpe, on ajoute 3 arêtes.  $3 \times 8 = 24$ .  $12 + 24 = 36$ , c'est le nombre d'arêtes du solide.

**10. Réponse D.** Le *millécube* de  $x$  vaut, pour les nombres pris en exemples,  $(1000 \times x) + x^3$ . Le *millécube* de 2 vaut ainsi 2008.

**11. Réponse E.** Lorsque les chimpanzés échangent 2 pièces, soit ce sont les mêmes et leur pécule ne change pas, soit elles sont différentes et l'un se retrouve avec 3 c en plus, l'autre avec 3 c en moins ( $3 = 5 - 2$ ). La différence de leurs pécules ne peut donc que se trouver augmentée ou diminuée que d'un multiple de 6.

Au départ cette différence vaut  $(8 \times 5) - (9 \times 2)$ , soit 22. Ce nombre n'étant pas multiple de 6, leur différence ne pourra jamais être nulle.

**12. Réponse A.** L'angle grisé mesure  $124^\circ + 108^\circ - 180^\circ$ , soit  $52^\circ$ .

**13. Réponse C.** Si l'intervalle entre les 2 bus qui circulent est de 25 minutes, c'est que le circuit complet prend 50 minutes. Si l'on veut 1 bus toutes les 10 minutes, il faut faire circuler 5 bus, soit 3 de plus.

**14. Réponse D.** Plaçons d'abord G et R. Il y a ensuite 2 positions possibles pour K :

- première position : avec  $GR = 14$ ,  $RK = 12$  et K entre G et R, on a  $KG = 2$ . On peut alors placer N puisque les données  $KG = 2$ ,  $GN = 11$  et  $KN = 13$  respectent bien la condition d'alignement des points ( $11 + 2 = 13$ ) avec G entre K et N.

- deuxième position : avec  $GR = 4$  et  $RK = 12$  et K à l'extérieur de  $[GR]$ , on a  $KG = 26$ . Les conditions  $KG = 26$ ,  $GN = 11$  et  $KN = 13$  sont impossibles à réaliser ( $11 + 13 < 26$ ).

On est donc forcément dans la première situation. Les deux points les plus éloignés sont R et N et  $RN = RG + GN = 25$ .



**15. Réponse C.** Si  $L$  et  $\ell$  sont les longueur et largeur du rectangle initial, l'un des rectangles obtenus a un périmètre de  $2L + \ell$ , et l'autre  $2\ell + L$ . On a donc :  $2L + \ell = 50$

$$\text{et } L + 2\ell = 40.$$

D'où  $3L + 3\ell = 90$ . Le périmètre initial est donc  $2L + 2\ell = 60$ .



### Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.

Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques...

Toutes les publications  
des Éditions du Kangourou  
sont présentées sur le  
site Internet  
[www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)

**16. Réponse A.**  $42^2 = 1764$ .  $43^2 = 1849$ .  $44^2 = 1936$ . Seul 1849 peut être une année où De Morgan a vécu. Il avait donc 43 ans en 1849. Et il est donc né en 1806.

**17. Réponse D.** 3 et 5. Dans les formes 1, 2 et 4, les triangles se retrouvent bien, après pliage, sur une même face.

**18. Réponse D.** On a  $PQ = 3 \times 6$  cm ; et la hauteur du triangle PQR vaut 12 cm.

L'aire du triangle, en  $\text{cm}^2$ , vaut donc  $\frac{18 \times 12}{2}$ , soit 108.

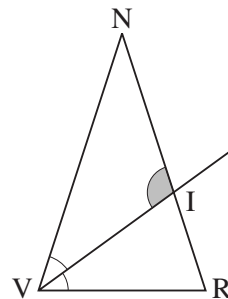
**19. Réponse B.** La somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair. Si le kangourou est sûr que la somme des nombres écrits sur les deux cartes du singe est un nombre pair c'est qu'il est sûr, qu'après avoir pris ses 3 cartes, les 4 cartes qui restaient étaient soit toutes paires soit toutes impaires. Comme parmi les nombres de 1 à 7, il y a trois nombres pairs (2, 4 et 6) et 4 nombres impairs (1, 3, 5 et 7), c'est que le kangourou a pris les trois cartes portant les nombres pairs.  $2 + 4 + 6 = 12$  ; la somme cherchée est 12.

**20. Réponse C.** Puisque NRV est isocèle en N, on a  $\widehat{R} = \widehat{V}$  et  $\widehat{N} = 180^\circ - 2\widehat{R}$ .

L'angle  $\widehat{VIN}$ , supplémentaire de l'angle  $\widehat{VIR}$ , vaut  $\widehat{R} + \frac{1}{2}\widehat{V}$  (dans le triangle VIR), soit  $\frac{3}{2}\widehat{R}$ .

Et on a  $\frac{3}{2}\widehat{R} + \widehat{R} = 180^\circ$  (angle plat en I).

D'où  $5\widehat{R} = 360^\circ$ .  $\widehat{R} = 72^\circ$ .  $\frac{3}{2}\widehat{R} = 108^\circ$ .



**21. Réponse D.** On peut voir 3 faces autour d'un même coin. Une face est composée de  $11 \times 11$ , soit 121 petits cubes. En comptant 3 faces, on compte 1 cube trois fois (le sommet commun) et  $3 \times 10$  cubes deux fois (les arêtes communes). On voit donc  $363 - 2 - 30$ , soit 331 petits cubes.

Autre calcul :  $3 \times (10 \times 10) + 3 \times 10 + 1$ .

**22. Réponse D.**

KAN	ou	GAR
$\underline{- \text{GAR}}$		$\underline{+ \text{OO}}$
OO		KAN

Puisque G et K sont différents, c'est que  $A + O$  donne une retenue et que  $K = G + 1$ .

Alors, pour les dizaines, on doit avoir :

retenue des unités +  $A + O = A + 10$ .

C'est donc que  $O = 9$  et que,

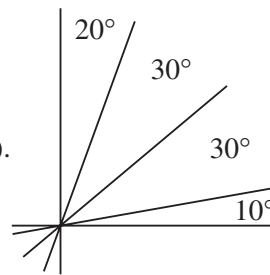
pour les unités  $R + 9 = N + 10$ , soit  $R = N + 1$ .

O valant 9, la plus grande valeur possible pour K est 8, donc  $G=7$ .  
 La plus grande valeur possible pour A est alors 6. La plus grande valeur possible pour R est alors 5 et, pour N, 4.  
 La plus grande valeur possible pour KAN est 864.

**23. Réponse A.** Comme le garçon dit la vérité deux jours de suite, il n'y a que deux possibilités :  
 soit le premier jour était un vendredi et il s'appelle John,  
 soit le dernier jour était un jeudi et il s'appelle Bob.  
 Dans ce dernier cas, le mardi, il aurait dit « Bob » c'est-à-dire la vérité ; or il ment ce jour-là.  
 Il s'appelle donc John et le premier jour est un vendredi. Le septième jour est donc un jeudi et il dit la vérité : John.

**24. Réponse B.** 9 angles différents doivent pouvoir être obtenus.

Pour cela, il faut au moins 5 droites  
 (4 droites, deux à deux, forment  $\frac{4 \times 3}{2}$ ,  
 soit 6 angles au maximum ; et  
 5 droites  $\frac{5 \times 4}{2}$ , soit 10 angles au maximum).  
 Et, avec cinq droites, cela est possible ;  
 il suffit de les prendre en faisant les  
 angles successifs :  $10^\circ, 30^\circ, 30^\circ, 20^\circ$ .



**25. Réponse 8.** Quand  $n$  personnes se rencontrent, le nombre de poignées de mains échangées, quand chacun des présents salue chaque autre, est :  $\frac{n \times (n-1)}{2}$ .

En faisant quelques essais, on trouve  $n = 16 : \frac{16 \times 15}{2} = 120$ .

Il y avait 16 personnes présentes, soit 8 couples de jumeaux.

**26. Réponse 8.**

On peut construire tout d'abord les 61 octogones et les assembler entre eux. On utilise pour cela :

$61 \times 8$  morceaux moins ceux qui appartiennent à deux octogones à savoir, pour les 21 octogones de la rangée du centre : les deux extrémités ont deux côtés communs avec les autres et les 19 intermédiaires en ont quatre ; donc  $61 \times 8 - 2 \times 2 - 19 \times 4 = 408$  morceaux. À ce stade tout est en place, excepté les morceaux fermant les carrés du haut et du bas à savoir 38 morceaux.

On utilise finalement 446 morceaux de tiges.

Il faut donc 8 boîtes ( $8 \times 60 = 480$  et  $7 \times 60 = 420$ ).

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 5 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »