KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

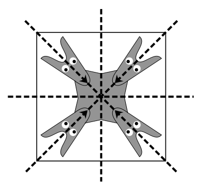
Le jeu-concours Kangourou, créé en 1991, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 5 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une quarantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, cédéroms pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2010 - Corrigé de l'épreuve Benjamins

1. Réponse **D.** $\heartsuit + \heartsuit = 2000$ donc $\heartsuit = 1000$.

2. Réponse **B.** On déplace la barre horizontale qui est tout en haut vers la gauche et la barre verticale juste au-dessous vers le haut.

3. Réponse **D.** Les quatre axes de symétrie sont ceux du carré (diagonales et médiatrices des côtés).



4. Réponse **C.** Il y a 4 chemins possibles pour aller du zoo à l'école. Si on prend le chemin qui ne passe qu'en haut, on a 12 arbres (D) ; si on prend le chemin qui passe d'abord en haut puis en bas, on a 9 arbres (A) ; si on prend le chemin qui ne passe qu'en bas, on a 10 arbres (B) ; si on prend le chemin qui passe d'abord en bas puis en haut, on a 13 arbres (E).

5. Réponse **D.** Le plus simple est de faire le dessin d'une échelle avec 21 barreaux et compter. On peut aussi remarquer que si n est le rang d'un barreau pour Nico et m le rang du même barreau pour Mika, on a toujours $m + n = 22$.

6. Réponse **C.** De chaque point du haut il part un segment dont l'autre extrémité est un point du bas. Il y a 5 points en haut et 6 points en bas et $5 \times 6 = 30$.

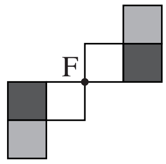
7. Réponse **C.** 2 mouches et 3 araignées ont ensemble $(2 \times 6) + (3 \times 8)$, soit $12 + 24$, soit 36 pattes. 10 oiseaux ont 20 pattes, il faut donc rajouter 16 pattes soit 4 chats à 4 pattes chacun et le compte est bon.

© ACL - les éditions du Kangourou

8. Réponse **B.** L'objet n'a pas été tourné comme le prouve le dessin central. Les segments pliés sont les numéros 1, 3, 5 et 7 ; et les segments découpés sont les numéros 2, 4, 6 et 8.

9. Réponse **E.** La figure a même périmètre qu'un rectangle de longueur 3×5 et de largeur 4×2. Son demi-périmètre est donc $(3 \times 5) + (4 \times 2)$ et son périmètre entier est $(6 \times 5) + (8 \times 2)$.

10. Réponse **C.** On tourne de 180° autour de F et on obtient le résultat C comme le montre la figure.



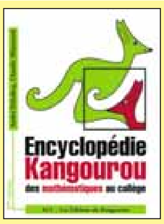
11. Réponse **E.** Pour « remonter » la chaîne d'opérations par laquelle on est arrivé à 777, on fait $777 \div 7 = 111$, puis $111 - 7 = 104$ et finalement $104 \times 7 = 728$.

12. Réponse **E.** Il y a 3 façons de remplir la grille avec les contraintes demandées :
1 au centre et 13 en face de 4, 10 en face de 7
7 au centre et 13 en face de 1, 10 en face de 4
13 au centre et 10 en face de 1, 7 en face de 4
Dans ce dernier cas, la somme est la plus élevée et vaut 24.

13. Réponse **E.** La page 7 est celle qui débute le 4e feuillet. Sur les 3 premiers feuillets, il y a les pages 1 à 6 sur la partie gauche quand le journal est déplié et les pages 55 à 60 sur la partie droite. Donc les autres pages manquantes, du même feuillet que la page 7, sont les pages 8, 53 et 54.

14. Réponse **A.** L'aire du quadrilatère grisé se calcule par différence :
aire du carré – aire des 2 triangles rectangles blancs.
On a donc : *aire grisée* = $(6 \times 6) - (4 \times 6) = 12$.
Donc $\dfrac{\textit{aire grisée}}{\textit{aire du carré}} = \dfrac{12}{36} = \dfrac{1}{3}$.

15. Réponse **C.** Sur la face collée du cube de droite il y a 3 points $(4 + 3 = 7)$. Sur les faces collées du cube central la somme des points est 7. Le cube de gauche étant identique à celui de droite il y a 4 points sur sa face collée et $3 + 7 + 4 = 14$.

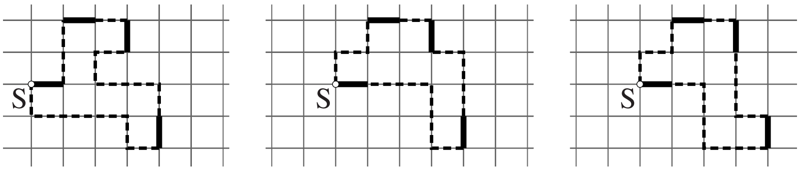


Encyclopédie Kangourou
Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.
Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques…

Toutes les publications des Éditions du Kangourou sont présentées sur le site Internet www.mathkang.org

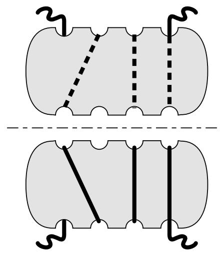
16. Réponse **B.** Le chiffre des centaines des nombres recherchés doit être multiple de 3 et impair : donc c'est 3 ou 9. Le chiffre des dizaines doit être pair mais pas multiple de 3 donc 2, 4 ou 8. Le chiffre des unités doit être pair et multiple de 3 donc c'est 0 ou 6. Donc il y a $2 \times 3 \times 2 = 12$ solutions.

17. Réponse **A.** Parmi les réponses proposées, 8 est la plus petite et on peut trouver un trajet qui correspond à 8 carrés, par exemple ceux ci-dessous.



18. Réponse **B.** L'ensemble est en équilibre ce qui veut dire que le poids se divise en deux parties égales à chaque accrochage (en partant du haut). Pour arriver à l'étoile, le poids total de 112 g a été divisé en deux, puis en deux, puis en deux, puis en deux. $112 \div 2 = 56$; $56 \div 2 = 28$; $28 \div 2 = 14$ et $14 \div 2 = 7$. L'étoile pèse 7 g.

19. Réponse **B.** On peut le comprendre en retournant le morceau B, par la pensée et par une symétrie d'axe horizontal. Attention, il y a deux façons de retourner le morceau de bois pour voir l'autre côté ; les deux brins de laine qui dépassent indiquent la façon dont le retournement a été effectué.
On peut vérifier qu'aucun des dessins A, B, C ou D ne convient (note : il y a d'autres versos possibles avec croisements).


B)

20. Réponse **D.** Comme $Q \times Q$ doit finir par Q, c'est que $Q = 0$ ou 1 ou 5 ou 6.
$Q = 0$ est impossible car le produit final serait alors 0.
$Q = 1$ est impossible car cela donnerait $P = 5$ et $551 \times 1 = 551$.
$Q = 5$ est impossible car $5 \times P + 2$ (retenue de $Q \times Q = 25$) ne peut donner un nombre dont le chiffre des unités est 5.
Donc $Q = 6$. Il faut alors que le chiffre des unités de $6 \times P + 3$ (retenue de $Q \times Q = 36$) soit 5 donc $P = 2$ ou $P = 7$. $P = 2$ conduit à $226 \times 6 = 1356$ qui ne correspond pas à la forme souhaitée. Par contre $P = 7$ conduit à $776 \times 6 = 4656$ de la bonne forme, avec $R = 4$.
Et $P + Q + R = 7 + 6 + 4 = 17$.

21. Réponse **E.** On remarque tout d'abord que, si un mardi est un jour pair, le mardi suivant est un jour impair. Pour avoir 3 mardis pairs un même mois, il faut que le mois contienne 5 mardis ; le premier et le dernier sont séparés de 28 jours ; ils ne peuvent être que le 2 et le 30. Le 23 est alors aussi un mardi et le 21 est un dimanche.

© ACL - les éditions du Kangourou

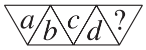
22. Réponse **A.** Du point de vue des ingrédients d'une pizza :
- aucun ingrédient ajouté, 1 possibilité ;
- 1 ingrédient, 4 possibilités ;
- 2 ingrédients, $\frac{4 \times 3}{2}$, soit 6 possibilités ;

soit au total 11 possibilités pour les ingrédients.
En tenant compte des 3 tailles possibles : le nombre de pizzas différentes est 3×11, soit 33.

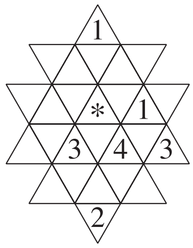
23. Réponse **E.** La place n° 100 est tout à fait à droite au 5^e^ rang. La place n° 99 en est très éloignée puisqu'elle est du côté des numéros impairs. Le dessin ci-dessous justifie la réponse.

		41
	23	21
	3	1

	104							118	120
				90		94			100
							76		80
42									60
22	24	26							40
2	4	6		10					20

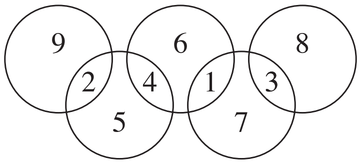
24. Réponse **B.** La règle donnée impose à 4 triangles alignés de contenir 4 chiffres différents : 

La même règle impose à b, c, d et ? d'être 4 chiffres différents ; ? est donc a.
Cette périodicité sur une bande permet de remplir la grille de proche en proche et d'arriver à l'unique solution, avec un 2 dans la case de l'étoile.



25. Réponse **6.** La plus longue séquence s'obtient dans un mois de 31 jours ou le 30 est un jeudi. Le gardien travaillera le 29, le jeudi 30, le 31, le 1^er^, le dimanche 2 et le 3.

26. Réponse **6.** Seule configuration possible (à une symétrie près) :



L'étude se fait à partir des décompositions de 11 en somme de 2 nombres de 1 chiffre ($9+2$, $8+3$, $7+4$, $6+5$) ou de 3 nombres de 1 chiffre ($1+2+8$, $1+3+7$, $1+4+6$, $2+3+6$, $2+4+5$).
Le nombre 9 n'intervient que dans une seule décomposition ; les nombres du premier disque sont donc 9 et 2.
Les six nombres dans les deux cercles du bas ont pour somme 22. Or la seule manière d'obtenir 22 avec six nombres différents est :
$1+2+3+4+5+7$.
Une fois placés 9 et 2, alors 8 est nécessairement avec 3 dans l'autre cercle ne comprenant que deux nombres. Seul reste 6 pour être à la place du point d'interrogation.

© Art Culture Lecture-les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »