

Corrigé de l'épreuve Benjamins - Kangourou 2007

1. Réponse C. Compte tenu de la disposition des nombres sur les chemins, on ne peut pas avoir dans les solutions à la fois 1 et 2, ou à la fois 3 et 4, ou à la fois 5 et 6. On obtient alors, par élimination, la réponse C qui est effectivement possible.

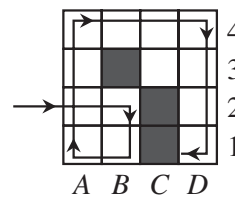
2. Réponse A. Sous le 2, il ne peut y avoir que 3. Alors, à droite sous le 1, ce ne peut être qu'un 2. Et alors, dans la deuxième colonne, au-dessus du 1, c'est obligatoirement un 3.

Il n'y a qu'une possibilité pour remplir alors la dernière colonne. Harry a donc une seule façon de terminer le travail (celle indiquée ci-contre).

1	3	2
2	1	3
3	2	1

3. Réponse D.

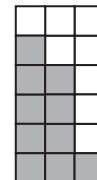
Voir le parcours du robot sur le dessin.



4. Réponse C. Le nombre de cases sur une diagonale d'un carré est égal au nombre de cases sur le côté du carré, il y a une case commune aux deux diagonales si le carré est impair. S'il y a 9 cases coloriées, il y a une case commune aux deux diagonales, $9 = (2 \times 4) + 1$ et $4 + 1 = 5$, c'est un carré 5×5 .

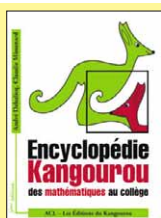
5. Réponse C. 4 bonds en 6 secondes, donc 2 bonds en 3 secondes et 10 bonds en 15 secondes, en supposant que les bonds sont réguliers dans la durée.

6. Réponse B. Une seule pièce peut s'assembler avec la pièce donnée pour former un rectangle. C'est la pièce B, et le rectangle formé est de dimension 3×6 (sur le dessin, la pièce B a été grisée).



7. Réponse D. Pierre est plus jeune que Louis d'un an moins un jour. Il est donc né la veille du premier anniversaire de Louis. Et la veille du 1^{er} janvier 2003, c'est le 31 décembre 2002.

8. Réponse D. $20 = 4 \times 5$, donc le carré de base mesure 5 cm de côté. $16 - 5 - 5 = 6$; et $6 = 3 + 3$; donc le premier rectangle a une largeur de 3 cm. $5 - 3 = 2$; la largeur du second rectangle est donc de 2 cm. $(5 + 2) \times 2 = 14$; le périmètre du second rectangle est égal à 14 cm.



Encyclopédie Kangourou

Toutes les mathématiques enseignées au collège en 192 pages.

Les définitions, les théorèmes et les propriétés à connaître, illustrés et expliqués par des exemples, des exercices amusants, des tests pertinents, des conseils de méthode, des savoir-faire astucieux et des petites histoires de la grande histoire des mathématiques...

Toutes les publications
des Éditions du Kangourou
sont présentées sur le
site Internet
www.mathkang.org

Corrigé de l'épreuve Benjamins - Kangourou 2007

9. Réponse E. Brigitte fait du Judo. Anaïs, qui n'aime pas les jeux de ballon, ne peut donc faire que du karaté. Ainsi, parmi les phrases proposées, seule la phrase E peut être vraie.

10. Réponse D. $6 + 8 + 4 = 18$; 18 oiseaux se sont envolés. $60 - 18 = 42$; il reste donc 42 oiseaux dans les 3 arbres. $42 = 3 \times 14$; il y a donc, à la fin, 14 oiseaux dans chaque arbre. $14 + 8 = 22$; il y avait donc 22 oiseaux dans le deuxième arbre au début.

11. Réponse A. Dans un m^3 , il y a 1000 dm^3 . La hauteur de la tour vaut donc 1000 dm, soit 100 m.

12. Réponse B. $4 \times 10 = 40$; donc Lise a 40 ans. Quand Agnès sera deux fois plus âgée, 10 ans seront passés et Lise aura donc 50 ans.

13. Réponse B. Pour chaque trait, la partie du trait appartenant à un rectangle est un segment qui joint un bord au centre du rectangle et cette partie a donc pour longueur la moitié de la longueur du rectangle. Pour l'ensemble des traits, la somme de toutes ces parties est donc égale à la moitié de la longueur de la bande. Cette somme est donc 13,5 cm, moitié de 27 cm.

14. Réponse C. Entre 7 h 30 et 9 h 10, il y a 1 heure et 40 minutes ou 100 minutes. En 100 minutes, 10 fois 10 minutes, le pigeon parcourt 40 km (10 fois 4 km). C'est la distance qui sépare Juliette et Roméo.

15. Réponse D. Un parallélogramme ayant ses côtés opposés de même longueur, et la ligne brisée étant commune aux deux parties, les parties P1 et P2 ont le même périmètre.

16. Réponse B. En 60 minutes, l'aiguille des minutes fait un tour complet, soit 360° .

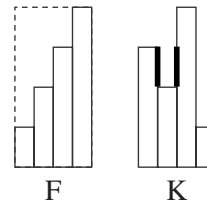
$\frac{360}{60} = 6$; donc l'aiguille des minutes tourne de 6° en une minute.

17. Réponse B. Chaque carré a un segment sur [LM] et trois segments de même longueur appartenant à la ligne brisée. La ligne brisée et le segment [LM] sont exactement l'union de tous les côtés des carrés. Donc la ligne brisée est trois fois plus longue que le segment [LM] et mesure $3 \times 24 \text{ cm}$, soit 72 cm.

18. Réponse B. Il est possible de conclure sur un exemple : soit 20 le nombre à deux chiffres, 2020 celui à quatre chiffres, $2020 = 101 \times 20$, donc la réponse est 101.

Ce que l'on fait revient bien à multiplier par 100 (en écrivant 2 zéros après le nombre) puis à ajouter le nombre une fois (en remplaçant les 2 zéros par le nombre), donc à multiplier par 101.

19. Réponse E. Le périmètre de la figure F est le même que celui du rectangle dont la longueur et celle de la bande la plus longue. Le périmètre de K est supérieur à ce périmètre de la longueur des deux segments épaissis (voir sur la figure ci-contre). Chaque segment mesurant 25 cm, cela fait 50 cm de plus.



20. Réponse D. Refaisons les calculs à l'envers à partir de 73 (résultat de Claire).

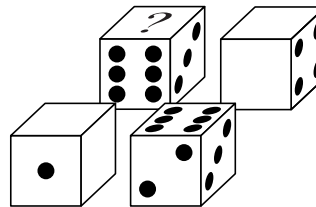
$73 + 5 = 78$ et $73 + 6 = 79$, donc Jean avait, pour résultat, 78 ou 79.

$78 - 5 = 73$, $78 - 6 = 72$, $79 - 5 = 74$, $79 - 6 = 73$, donc Adrien avait 72, 73 ou 74 pour résultat.

Ce nombre d'Adrien est un multiple de 5 ou de 6 ; ce ne peut être que 72, avec $72 = 6 \times 12$.

Julie avait donc choisi le nombre 12.

21. Réponse A. La somme des nombres situés sur 2 faces opposées vaut toujours 7, donc 6 et 1 sont opposés, 5 et 2 aussi, ainsi que 4 et 3. Sur le dé avec le 1 visible sur le dessin, il y a un 6 sur la face opposée et donc,



de la manière dont le pavé a été assemblé, il y a un 6 aussi sur la face de devant du dé marqué d'un point d'interrogation (voir le dessin, où les dés ont été éloignés pour voir les faces). On trouve, à partir du quatre à droite, un trois à côté du ? et du 6. Et, comme les dés sont identiques, le dé où 2, 3 et 6 sont visibles nous permet de conclure que 2 est en-dessous et 5 à la place du point d'interrogation.

22. Réponse C. Si au lieu d'écrire des nombres, on écrit leurs restes dans la division par 3, les restes sont 0 si le nombre est divisible par 3 et 1 ou 2 sinon.

- Si on a un 0, ses voisins ne peuvent être 0 ni 1 ni l'autre (sinon on aurait deux adjacents divisibles par 3) et ces voisins sont égaux car sinon ils seraient 1 et 2 et la somme des trois serait divisible par 3.

- Si les voisins sont 1, le voisin suivant ne peut être 2 ($2 + 1 = 3$). Donc c'est 0 ou 1.

- Si c'est 0, son autre voisin est 1 (un 0 a pour voisin deux 1 ou deux 2, on l'a dit au début). On a donc la configuration 1 0 1 0 1.

- Si c'est 1, le voisin suivant ne peut être ni 2 ($1 + 2 = 3$) ni 1 sinon trois 1 à la suite donneraient une somme divisible par 3. C'est un 0 et on a la configuration 1 0 1 1 0.

Il y a donc toujours deux 0.

- Si le 0 est entouré par des 2, un raisonnement analogue montre qu'on a forcément trois 2 et deux 0.

- Étant parti d'un 0, il faut montrer qu'il y en a au moins un. S'il n'y

Corrigé de l'épreuve Benjamins - Kangourou 2007

en a pas, c'est qu'il n'y a que des 1 et des 2. Alors, il n'y a que des 1 ou des 2 (car il ne peut y avoir de 1 à côté d'un 2). Et s'il n'y a que des 1 ou que des 2, la somme de trois adjacents est divisible par trois et ça ne va donc pas...

Finalement, deux des nombres sont divisibles par 3.

23. Réponse C. À l'aide des critères de divisibilité par 9 et par 2, on peut facilement décomposer 7632.

On obtient : $7632 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 53$.

À partir de cette décomposition, les seuls facteurs possibles à deux chiffres sont 12, 16, 18, 24, 36, 48, 53 et 72. Les chiffres 2, 3, 6 et 7 étant déjà utilisés, seuls 18 et 48 peuvent convenir. Or $18 \times 424 = 7632$ et $48 \times 159 = 7632$. C'est 48 qui convient et le facteur à trois chiffres est alors 159. Le chiffre cherché est donc 5.

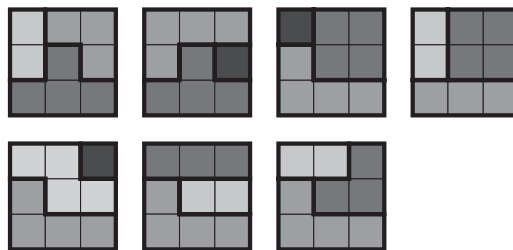
24. Réponse B. Aire de départ : $2 \times (8 \times 12 + 8 \times 6 + 6 \times 12) = 432$.

Après la découpe, l'aire du solide n'a diminué que de l'aire de deux rectangles de dimension 9×3 ; soit une diminution de 54.

$$\frac{54}{432} = \frac{54}{8 \times 54} = 0,125 = \frac{12,5}{100}.$$

25. Réponse 7. Les 7 dessins montrent des exemples de réalisations du puzzle avec 7 groupes différents de 3 pièces.

Il n'y a pas d'autre choix possible de 3 pièces parmi les pièces proposées qui permette de réaliser le puzzle carré.



26. Réponse 5.

Cherchons les nombres à compter, du plus petit au plus grand.

Entre 100 et 199, le plus petit nombre est 110 et il y en a ensuite un par dizaine (121, 132, 143...) jusqu'à 198, soit 9 nombres.

Entre 200 et 299, le plus petit nombre est 220 et il y en a ensuite un par dizaine jusqu'à 297, soit 8 nombres.

Pour chaque centaine suivante considérée, on en comptera un de moins à chaque fois jusqu'à 880 et 891 (2 nombres) puis 990 (1 nombre).

Au total, on compte $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$, soit 45 nombres.

© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

À partir de ce document de 4 pages, n'est autorisée qu'une impression unique et réservée à un usage privé. « Toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite. »