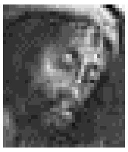
Le Kangourou prépare un nouveau livre, à paraître à la rentrée 2024.
L'un des premiers chapitres sera …

Les quatre fantastiques !

Thalès
de Milet,
628-547.

Pythagore
de Samos,
580-495.

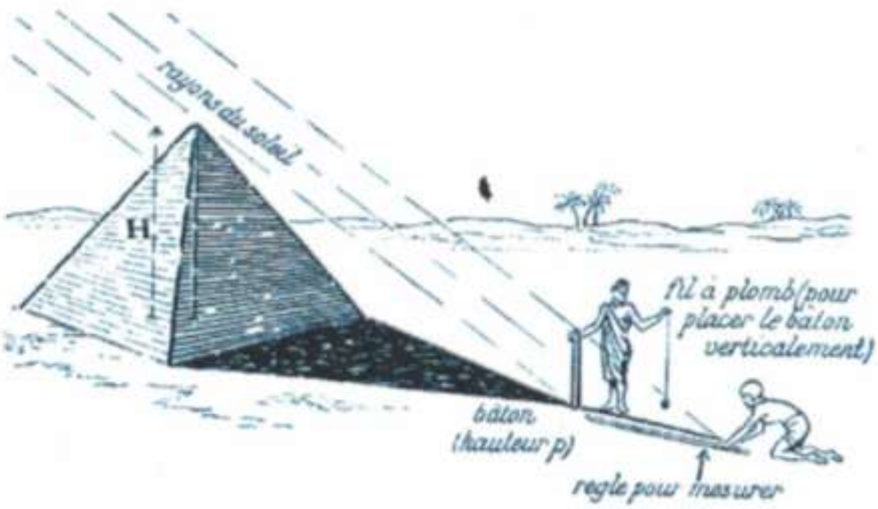


Euclide
d'Alexandrie,
~ 300 av. J.C.

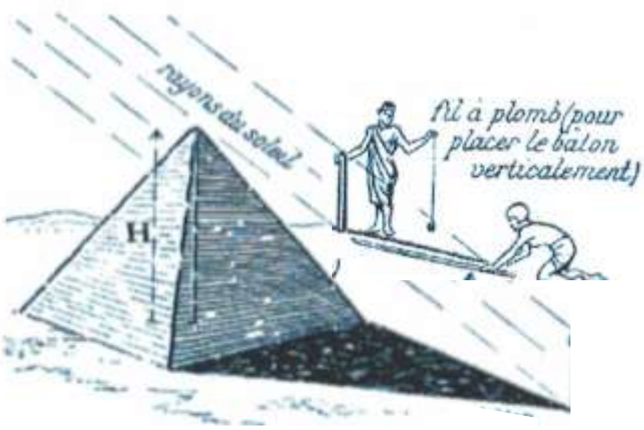
Archimède
de Syracuse,
287-212.

Vous le savez certainement, il y a entre 2200 et 2500 ans, 4 super-héros dominèrent les mathématiques :
Thalès, Pythagore, Euclide et Archimède !
Notre lecteur connaît sûrement l'exploit le plus connu du premier d'entre eux :
Thalès mesure la hauteur de la pyramide de Khéops en Egypte, sans y grimper dessus !
L'histoire nous en est joliment racontée par Jean-Étienne Montucla, dans son *Histoire des Mathématiques*, parue en 1758 ; Thalès avait été invité en Égypte par le roi Amasis, averti de ses grandes connaissances. La cour et ses prêtres l'avait amené à Memphis pour lui montrer leurs étonnantes pyramides déjà presque bimillénaires ; le roi lui déclara alors ne pas en connaître la hauteur exacte : *Thalès choisit l'instant où l'ombre de nos corps, projetée au soleil nous est exactement égale ; il en conclut une égalité semblable entre celle de la pyramide et sa hauteur ! »*
Thalès fit les mesures et trouva une hauteur de 280 coudées égyptiennes.
Et il avait alors tout juste : 280 coudées valent 146,60 mètres, ce qui était bien la hauteur de la pyramide à l'époque de Thalès (elle a en effet perdu, aujourd'hui, une quinzaine de mètres de hauteur !).

Mais Thalès avait bien choisi un moment de la journée où le soleil se trouvait juste à 45° au-dessus de l'horizon ! Car cela n'arrive que deux fois par jour. Mais, à ce moment-là, la distance du sommet de l'ombre au centre de la pyramide n'est pas mesurable sur le terrain, et oblige à un relevé de plan pour la calculer (en utilisant par exemple le théorème de Pythagore).
On sait que Montucla avait pris son histoire d'ombre exactement égale à la hauteur à Diogène Laërce. Le Kangourou juge plus probable que Thalès, devant les pyramides, fit ses mesures à midi juste (au moment où le soleil est au plus haut, exactement vers le sud). En effet, la pyramide est placée de façon que ses faces pointent chacune l'un des points cardinaux (à moins de 1 degré près).
À midi, donc, la distance *sommet de l'ombre-centre de la pyramide* est facilement mesurable, puisque c'est simplement la somme du demi-côté de la base et de la distance *sommet-face nord*).



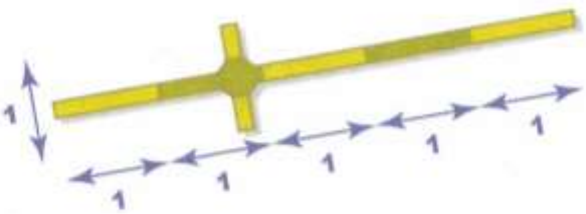
Plus près de nous, l'histoire de Thalès mesurant la pyramide nous est aussi joliment racontée par Lancelot Hogben, illustrée d'un dessin (dans son *Mathematics for the Million*, 1936, traduit avec bonheur en français sous le titre *Les Mathématiques pour tous,* en 1947).
Ce dessin est assez parlant, mais quelque chose intrigue le Kangourou : rien n'y justifie que la canne, ou le bâton, de Thalès soit posée exactement au sommet de l'ombre de la pyramide. Mais peut-être le parallélisme des rayons du soleil y est-il plus évident avec les deux triangles dans un même plan.
Fort de ces deux essais, le Kangourou imagine que la vraie histoire de Thalès et de sa mesure de la pyramide serait plutôt basée sur la figure ci-contre, et que Thalès aurait plutôt fit remarquer au roi d'Égypte ceci :

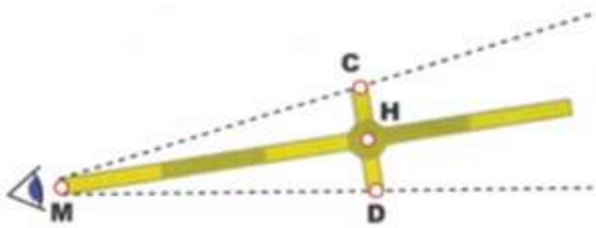


L’ombre de ma canne est exactement égale à k fois sa hauteur, il doit donc en être de même de votre pyramide ; mesurons son ombre, divisons-la par k et nous connaîtrons sa hauteur ! (Et Thalès aurait plutôt fait la mesure à midi, comme nous vous l’avons expliqué plus haut.)

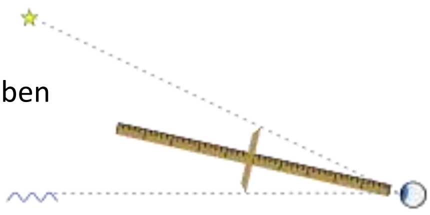
Pour connaître exactement la mesure de l’ombre de la pyramide, Montucla aurait choisi k=1 pour la simplicité de son explication, mais cela donne un calcul difficile ensuite pour la longueur de l’ombre de la pyramide.
Le plus probable, en tout cas, c’est que Thalès n’ait pas utilisé le théorème qui porte son nom maintenant en France, mais un résultat équivalent qui nous est d’ailleurs rappelé par Plutarque (46-125) dans son *Banquet des Sept Sages* :
Ainsi, vous, Thalès, le roi d'Égypte vous admire beaucoup, et, entre autres choses, il a été, au-delà de ce qu'on peut dire, ravi de la manière dont vous avez mesuré la pyramide sans le moindre embarras et sans avoir eu besoin d'aucun instrument. [...] Vous construisîtes deux triangles [avec chacun un côté parallèle aux rayons du soleil], et vous démontrâtes qu'il y avait la même proportion entre la hauteur du bâton et la hauteur de la pyramide qu'entre la longueur des deux ombres.

Mesurer avec un *bâton de Jacob*
Plus tard, pour mesurer la hauteur d’un objet ou la distance entre deux points dont l’un est inaccessible, on a utilisé un instrument plutôt génial : le bâton de Jacob. Son principe est basé sur des idées de Thalès et, nous allons le voir, sur son beau théorème !
Il est constitué « d’une perche de cinq pieds de long, sur laquelle coulisse un ‘marteau’ d’un pied de long » (d’après la *Géométrie Pratique* de Manesson-Mallet, 1702, livre II, chapitre 7, pages 183 à 195).

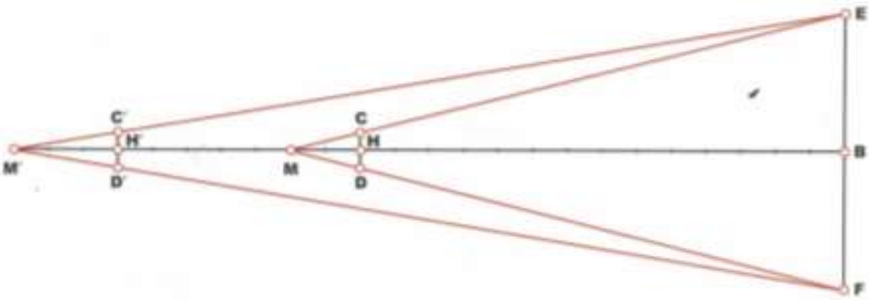




Le *bâton de Jacob*, ou *bâton gradué* fut d’abord utilisé pour mesurer des angles en astronomie et dans la navigation ; il a été inventé par un proche de la cour des papes d’Avignon, le rabbin Levi ben Gerson (1288-1344).
Si vous voulez l’expérimenter par vous-même, vous pouvez très facilement vous en fabriquer un, avec deux lattes (de 1cm de largeur et de 10cm et 50cm de longueur) clouées en H ; vous allez voir tout de suite comment vous en servir…



Imaginez que vous souhaitiez évaluer la hauteur de l'Arc de Triomphe avec votre bâton de Jacob.
Vous ne pouvez pas accéder au pied du monument (gare à la circulation !), ni à son sommet ; placez-vous donc quelque part sur le trottoir de l'avenue Kléber, au bord de la place, jusqu'à ce que le marteau (CD), placé à 2 divisions de votre œil (en M), intercepte juste la hauteur de l'Arc de Triomphe. Marquez bien à la craie sur le sol votre position en M.
Retournez le bâton bout pour bout, et éloignez-vous encore de l'Arc de Triomphe jusqu'à ce que le marteau (C'D'), placé à 3 divisions de votre œil (en M'), intercepte juste la hauteur de l'Arc de Triomphe. Marquez alors aussi à la craie votre nouvelle position en M'.
Le truc fabuleux est que la hauteur de l'Arc de Triomphe est exactement la distance MM', entre vos deux traits de craie (distance horizontale qu'il vous reste à mesurer).
La démonstration de cet incroyable résultat est hyper-simple, grâce au théorème de Thalès. En effet :
D'une part $\frac{M'H'}{C'D'} = 3 = \frac{M'B}{EF}$,–et d'autre part $\frac{MH}{CD} = 2 = \frac{MB}{EF}$.
Et donc MM' = M'B – MB = 3.EF – 2.EF = EF. La hauteur de l'Arc de Triomphe vaut donc exactement la distance MM'.
Si vos visées ont été justes, vous devez avoir trouvé 49,5 mètres pour mesure de cette distance et de la hauteur de l'Arc de Triomphe.



Pour d'autres exploits, parmi les plus connus de Pythagore, Euclide et Archimède, rendez-vous dans les prochaines gazettes…