



# KANGOUROU

## Questions MATHS-ASTRO

### Août 2016

### Lycéens & Adultes

**Ni téléphones, ni calculatrices !** (Vous pouvez vous débrouiller sans eux : puisque des réponses vous sont proposées, vous pouvez faire des approximations ; et parfois nous vous donnons quelques résultats de multiplication).

**Pour chaque question, une et une seule réponse est juste.**

Les questions 1, 2, 3, 4 valent 3 points, les questions 5, 6 valent 4 points, les questions 7, 8, 9, 10 valent 5 points. Les questions subsidiaires départageront les ex-aequo. Une réponse fautive fait perdre le quart de sa valeur en points. Dix points étant donnés au départ, les notes iront de 0 à 50. Les solutions seront distribuées le jeudi après-midi...

**Durée :** 50 minutes.

#### 1. Les planètes

En 2006, l'Union Astronomique Internationale décida qu'une « planète » était un objet céleste tournant autour du Soleil, à peu près sphérique et n'ayant aucun objet comparable sur une orbite proche.

Combien d'objets célestes méritent aujourd'hui le nom de « planètes » ?

- A) 7   B) 8   C) 9   D) 10   E) 24

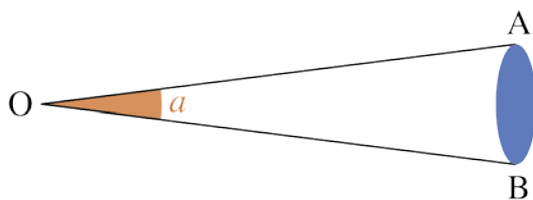
#### 2. Les cratères lunaires



Le plus grand cratère que l'on peut voir, à l'œil nu, sur la Lune, est le cratère Bailly, qui pourrait figurer l'un des yeux ronds de la face lunaire.

Son diamètre apparent est le même que celui d'une tête d'épingle de 0,5 mm, vue « à bout de bras » (soit à 60 cm de l'œil). En supposant que la Lune est au plus près de la Terre, à 360 000 km, quel est approximativement le diamètre de ce cratère ?

- A) 30 km   B) 100 km   C) 150 km   D) 300 km   E) 500 km



Lorsqu'un objet AB est loin d'un observateur O, le nombre  $AB/OA$  mesure son *diamètre apparent*.

Lorsque  $a$  est petit, ce nombre est aussi une mesure (dite en *radians*) de l'angle  $a$ .

#### 3. La Terre autour du Soleil

La Terre tourne autour du Soleil en parcourant (à peu près) un cercle de rayon égal à 150 millions de km en 365,25 jours.

Quelle est environ la vitesse moyenne du déplacement de la Terre autour du Soleil ?

- A) 2000 km/h   B) 400 km/min   C) 30 km/s   D) 100 km/s   E) 300 km/h

#### 4. Les canaux de Mars

Giovanni Schiaparelli fut le premier à observer, en 1877, des formations rectilignes sur la planète Mars, qu'il appela *canali*. Le grand créateur de récréations mathématiques, Sam Loyd, proposa alors, dans une revue le petit problème que voici : « Sur cette carte des canaux et des villes de Mars, on peut passer par toutes les villes, sans repasser deux fois par la même ville, et former alors une phrase ; quelle est cette phrase ? »

- A) Les canaux n'existent pas.
- B) On peut faire un réseau.
- C) Paris sera toujours Paris.
- D) Cela peut bien se faire.
- E) Cela ne peut pas se faire.



#### 5. La Terre autour d'elle même

La Terre a un rayon de 6400 km environ et tourne en 24 heures autour d'elle-même. Quelle est la vitesse du centre de Quito, sur l'équateur, par rapport au centre de la Terre ?

- A) 30 m/s
- B) 130 m/s
- C) 465 m/s
- D) 4000 m/s
- E) 14000 m/s

#### 6. Super lune

La Lune décrit autour de la Terre une ellipse en 27,3 jours. Au plus près, elle se situe à 360 000 km environ (son périhélie) et au plus loin à 405 000 km environ (son apogée). D'autre part, la Lune est pleine tous les 29,5 jours, lorsqu'elle vient à peu près s'aligner avec la Terre et le Soleil. Naturellement, il est rare que la Lune soit à la fois au plus près de la Terre et pleine ; on parle alors de « super lune ». Le diamètre apparent d'une super lune peut être jusqu'à X% plus grand que le diamètre apparent de la Lune à son apogée. Combien vaut X% ?

- A) 5%
- B) 10%
- C) 12,5%
- D) 15%
- E) 20%



Image d'une éclipse de super lune, le 28 septembre 2015

#### 7. Le transit de Mercure

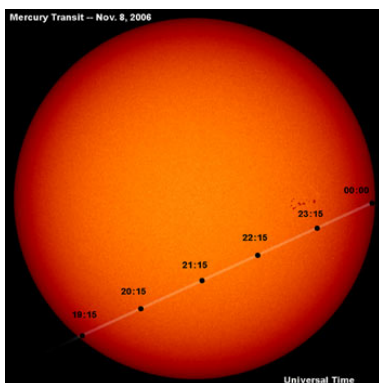


Image du transit de Mercure, le 8 novembre 2006

Le lundi 9 mai 2016, entre 13 h 12 et 20 h 42, en France métropolitaine, la planète Mercure est passée exactement entre la Terre et le Soleil. C'est ce qu'on appelle le "transit de Mercure", dont la première observation date du 7 novembre 1631 par Pierre Gassendi.

Lors du transit de Mercure, on peut voir un petit point noir semblant se déplacer sur la surface du Soleil. Si le Soleil est représenté par un disque de 1 mètre de diamètre, quel est environ le diamètre du disque représentant Mercure ?

[Le diamètre du Soleil est de 1,4 million de km et il est à 150 millions de km de la Terre. Mercure est à 58 millions de km du Soleil et son diamètre est de 4900 km.]

- A) 1 mm
- B) 5 mm
- C) 1 cm
- D) 1,5 cm
- E) 2 cm

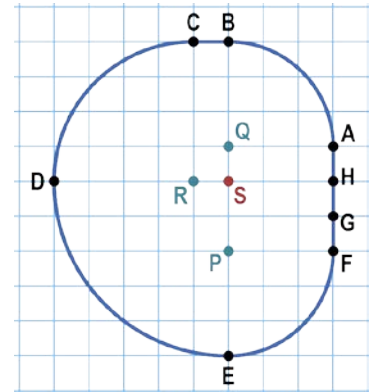
### 8. La deuxième loi de Kepler

Autour de l'étoile Sol2016 (en S sur la figure), l'exoplanète Kangouria a une orbite curieuse composée de segments et de quarts de cercles.

Cependant, elle vérifie la deuxième loi de Kepler :

Les « rayons » joignant S à Kangouria balayent des aires égales en des temps égaux.

Sur quelle portion d'orbite la vitesse moyenne de Kangouria est-elle la plus petite ?

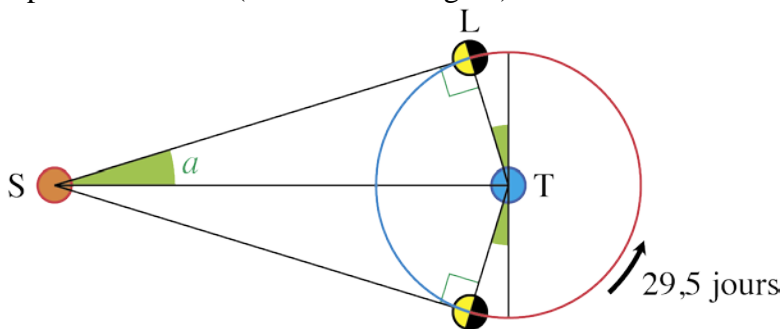


- A) sur BC    B) sur FG    C) sur GH    D) sur HA  
E) sur toutes ces portions les vitesses sont égales

### 9. La distance Terre-Soleil

Aristarque de Samos (III<sup>e</sup> siècle av. J.-C.), a tenté de déterminer la distance Terre-Soleil à partir de la distance Terre-Lune par la méthode suivante : lorsqu'on voit la Lune exactement partagée en deux par l'ombre et la lumière, c'est que le triangle Terre-Lune-Soleil est rectangle.

La Lune en est alors à son premier ou à son dernier « quartier » ; or le temps qui sépare le premier quartier du dernier (en rouge sur la figure), est supérieur à celui qui sépare ce dernier du premier suivant (en bleu sur la figure).



Cependant l'imprécision des mesures d'Aristarque lui fit estimer la distance ST à 20 fois la distance LT. En fait les premières valeurs de la distance Terre-Soleil furent calculées après les « transits » de Venus devant le Soleil en 1761 et 1769, par l'astronome français Jérôme Lalande.

Aujourd'hui, on sait qu'une lunaison dure 29 jours et 12 heures et que, plus précisément, 14 jours 18 heures 35 minutes séparent le premier du dernier quartier alors que 14 jours 17 heures 25 minutes séparent le dernier du premier quartier.

Ces observations et le calcul montre que le Soleil est 386 fois plus éloigné de la Terre que la Lune. Quel est le calcul qui doit être fait pour obtenir ce résultat ?

- A)  $(29,5 \times 24 \times 60) / 140\pi$     B)  $(29,5 \times 24 \times 60) / 70\pi$     C)  $86400\pi / 24 \times 29,5$   
D)  $(29,5 \times 24 \times 60 \times 4) / 140\pi$     E)  $70\pi / (29,5 \times 24 \times 60)$

### 10. Les satellites de Jupiter

Le 7 janvier 1610, vers six heures du soir, Galilée essaya la nouvelle lunette qu'il avait reçue des Provinces Unies de Hollande et décida d'observer Jupiter ; il faisait très beau pour un jour d'hiver et le début de la nuit était d'une douceur inhabituelle.

Très étonné et excité de ce qu'il vit alors, il se mit à noter toutes ses observations, et il continua toutes les nuits jusqu'au début du mois de Mars.

Puis il fit immédiatement publier l'extraordinaire histoire de ces observations dans l'un des plus merveilleux compte-rendu scientifique jamais écrit, intitulé *Sidereus Nuncius* (le messager des étoiles) ; il avait découvert ce qu'il appela, en hommage à ses protecteurs, *les planètes médicéennes*



L'échelle de l'image des satellites n'est pas la même que celle de Jupiter.



Voici des extraits de ce petit ouvrage heureusement traduit et réédité par l'Observatoire de Lyon, le CLEA (Comité de Liaison Enseignants-Astronomes) et la Société Astronomique de Lyon.

Donc, le 7 janvier de cette année 1610, à une heure de la nuit, alors que j'observais les étoiles à la lunette, Jupiter se présenta, et comme je disposais d'un instrument tout a fait excellent je reconnus que trois petites étoiles, il est vrai toutes petites mais très brillantes, étaient près de lui (ce que je n'avais pas observé auparavant en raison de la faiblesse de l'autre lunette) ; ces étoiles, bien que je crus d'abord qu'elles faisaient partie des fixes, me causèrent cependant quelque étonnement parce qu'elles semblaient se disposer exactement sur une ligne droite et parallèle à l'écliptique...

**Orient** \* \* **O** \* **Occident**

Mais comme le 8, guidé par je ne sais quel destin, j'étais retourné à la même observation, je trouvais une disposition très différente. Les trois petites étoiles étaient en effet toutes à l'ouest de Jupiter, et elles étaient plus proches entre elles que la nuit précédente et séparées mutuellement par des intervalles égaux, comme le montre le dessin ci-dessous...

**Orient** **O** \* \* \* **Occident**

Mais le 10, les étoiles apparurent dans cette position par rapport à Jupiter : deux seulement étaient présentes, l'une et l'autre orientales. Je pensais que la troisième se cachait derrière Jupiter...

**Orient** \* \* **O** **Occident**

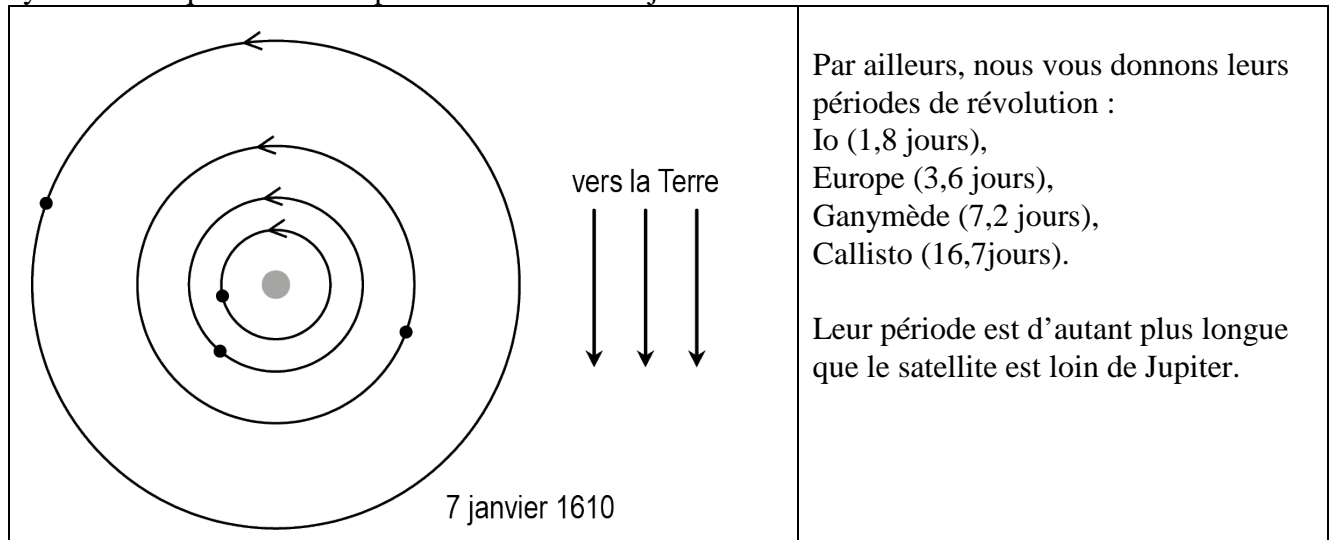
C'est ainsi que le 11 je vis une disposition de ce type :

**Orient** \* \* **O** **Occident**

...Il y avait seulement deux étoiles orientales, et celle qui était en position médiane était trois fois plus distante de Jupiter que de celle qui était plus à l'est. De plus, la plus orientale était presque deux fois plus grande que l'autre, alors que pourtant la nuit précédente elles apparaissaient à peu près égales...

Pour mieux vous faire saisir le mérite de Galilée en particulier et celui des astronomes du XVII<sup>e</sup> siècle en général, nous avons décidé de vous poser quelques questions... grâce auxquelles vous devez pouvoir comprendre la suite des dessins de Galilée.

Le schéma ci-dessous représente les orbites des quatre satellites de Jupiter découverts par Galilée ; nous y avons marqué aussi leurs positions le soir du 7 janvier 1610.



Vous voyez que, le 7 Janvier, Galilée a vu, confondus en une même « étoile », les deux satellites Io et Europe. Grâce aux informations données sur la droite du dessin, vous pouvez retrouver approximativement les positions de ces satellites les 8, 10 et 11 janvier et répondre aux questions suivantes (sachant que Galilée observait chaque jour à la même heure).

Galilée a-t-il eu raison de penser qu'un satellite était caché derrière Jupiter le 10 janvier ?  
Et si oui, de quel satellite s'agissait-il ?

- A) Io   B) Europe   C) Ganymède   D) Callisto   E) Galilée n'avait pas raison

**Questions subsidiaires.**

Le 8 janvier, Galilée n'a pas représenté, sur son cahier, un satellite pourtant visible cette nuit-là. Lequel ?

.....

Quels sont les deux satellites qu'il voit alors confondus en une même « étoile » le 10 janvier ?

..... et .....

Quels sont les deux satellites qu'il voit alors le lendemain, 11 janvier ?

..... et .....

**Le 27<sup>ème</sup> jeu-concours KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES aura lieu le jeudi 16 mars 2017 dans les écoles, collèges et lycées. Renseignements auprès des professeurs.**

## KANGOUROU - Questions MATHS-ASTRO

### *Eléments de Solutions et corrigés.*

### Lycéens & Adultes

#### 1. B

Les 8 planètes sont Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Pluton a perdu son statut de planète en 2006, lors de la nouvelle définition (c'est un objet, parmi d'autres, dans la ceinture de Kuiper).

#### 2. D

Si  $x$  est le diamètre cherché en km, on a  $x/360000=0,5/600$ , soit  $x=300$ .

#### 3. C

1 jour =  $24 \times 60 \times 60$  secondes = 86400 secondes.

$2\pi \times 150\,000\,000 / 365,25 \times 86400 = 29,85$ .

Un calcul très approché suffit :  $6 \times 150\,000\,000 / 300 \times 100\,000 = 30$ .

#### 4. E

La phrase est bien : « cela ne peut pas se faire » ; bien que, justement, cela peut se faire !

#### 5. C

$6\,400\,000 \times 2\pi / 86\,400 = 465,4$  m/s. Comme dans la question 3, un calcul très approché suffit.

En fait, la Terre n'est pas vraiment ronde, Quito est à 2000 m d'altitude, ...mais le résultat est cependant exact à moins d'un mètre par seconde près.

#### 6. C

$405000/360000=1,125$ . Donc  $X\%=12,5\%$ .

#### 7. B

Le diamètre apparent du Soleil est de  $1,4/150$ , soit un peu moins de 0,01 radians. Mercure est à 92 millions (150-58) de km de la Terre. Le diamètre apparent de Mercure est  $0,0049/92$  soit un peu plus de 0,00005 radians, soit  $5/1000$  fois celui du Soleil. Si le Soleil est représenté comme un disque de 1m, Mercure sera représenté comme un disque de 5mm.

#### 8. A

Les aires de SAH, SHG et SGF sont égales (bases égales et même hauteur) et l'aire de CBC est plus grande (hauteur plus grande). La vitesse moyenne est donc plus petite sur BC.

#### 9. D

L'angle  $a$  correspond à un déplacement de la Lune pendant le quart de 70 minutes sur une période de révolution de  $29,5 \times 24 \times 60$  minutes ; le rapport  $ST/LT$ , qui vaut  $1/a$  en radians vaut donc

$(29,5 \times 24 \times 60) / ((70/4) \times 2\pi)$ . Le calcul à faire est  $(29,5 \times 24 \times 60 \times 4) / (140 \times \pi)$  et le résultat est bien 386.

(Pour information, le moment de l'exact partage de la Lune par l'ombre et la lumière est difficile à évaluer et l'angle  $a$  est trop petit pour être bien évalué par la méthode d'Aristarque :  $a=0,15^\circ$ .)

#### 10. A

Le 10 janvier, c'est Io qui est derrière Jupiter.

On peut évaluer l'arc de cercle dont chaque satellite se déplace chaque jour,

Io : un peu plus de  $1/2$  cercle (précisément 11% en plus),

Europe : un peu plus de  $1/4$  cercle,

Ganymède : un peu plus de  $1/8$  cercle,

Callisto :  $1/16$  de cercle.

On peut alors, à peu de choses près, placer les positions respectives de Io, Europe, Ganymède et Callisto à chaque date. C'est ce que nous avons fait sur le schéma ci-contre.

**Questions subsidiaires.**

- . Le 8 janvier, Galilée n'a pas représenté Callisto.
- . Le 10 janvier, Europe et Ganymède sont confondus, vus de la Terre.
- . Le 11 janvier Galilée ne voit pas les mêmes satellites que la veille. Il voit alors Ganymède et Callisto ; et il ne distingue pas Io et Europe qui sont devant Jupiter.

Positions des satellites :

- le 7
- le 8
- le 9
- le 10
- le 11

